

全変動最小化の高速計算手法

河村 圭^{†a)} 石井 大祐[†] 渡辺 裕[†]

Fast Computation Method for Total Variation Minimization

Kei KAWAMURA^{†a)}, Daisuke ISHII[†], and Hiroshi WATANABE[†]

あらまし 全変動は輝度変化が滑らかであるという仮定を導入することなく画像を扱える正則化基準である。全変動最小化によって入力画像から骨格成分を取得する手法として、(1) 骨格成分とは双対の関係にある振動成分に着目し、半陰の再急降下法により解く手法や、(2) ノイズエネルギーが既知の値以下であるという制約条件付き最小二乗問題を画像の分類から決定される値にする凸最適化問題の二つを交互に解く手法が提案されている。しかし、これらの手法は計算コストが高いという問題がある。本論文では、全変動最小化を高速に計算する手法を提案する。まず、全変動を二次元画像に適用して離散化する際に、平方根計算が必要ないノルムを用いる。次に、劣こう配を用いた反復処理で骨格成分を計算する。双対変数を計算しないこと、FFT を含む射影関数や平方根計算が不必要、浮動小数点の計算回数の削減により計算量を削減する。計算時間を従来手法の (1) に対して 53%、(2) に対して 5%へと大幅に削減できることを実験結果により示す。提案手法は従来手法と同等の性能を維持したまま、陽に忠実化項と平滑化項から構成される反復処理を可能とする。

キーワード 全変動最小化, 数値計算, 画像分解, 画像復元, 画像処理

1. ま え が き

全変動 (Total Variation) は、逆問題を解くための正則化基準として、最初に Rudion, Osher, Fatemi によって画像処理に導入された (ROF モデル)[1]。多階調画像における全変動は、隣接画素における輝度値の差分絶対値の合計に相当する。例えば、ある領域における輝度が単調に増加していれば、その領域の全変動は不連続点の有無にかかわらず一定値である。一方、テクスチャやノイズのように常に振動している領域では全変動が大きくなる。輝度変化が滑らかであるという仮定を導入することなく、全変動は画像を正則化する。すなわち、オブジェクト境界のようなエッジを含む画像を取り扱うことができる。そのため、全変動を画像処理に適用する研究が盛んに行われている [1] ~ [7]。

全変動最小化により取得できる画像の中に骨格成分と呼ばれる画像がある。全変動を用いた画像分解問題

において、骨格成分は画像内の幾何形状を単純に記述可能な、均等色オブジェクトをモデル化した画像といわれる。なお、入力画像から骨格成分を除去すると、テクスチャとノイズを含む振動成分が得られる。一方、全変動を用いた画像復元問題において骨格成分は、劣化フィルタが線形かつ既知であるが不良設定の逆問題を解いて得られる原画像に相当する。このとき、原画像の先見情報を全変動により正則化することで、画像復元問題が解ける。これらの骨格成分を取得する問題とは別に、領域分割問題への適用が検討されている。領域分割の入力として骨格成分を用いる手法や、領域の輪郭線を全変動を用いて正則化する手法は、テクスチャやノイズに頑健な領域分割手法となる [2]。

有界変動関数として定義される全変動及びこれを含む最小化問題に対して、これまで様々な離散化と数値計算手法が提案されてきた。Chan らや Vese らは、オイラー方程式を用いて最小化問題を直接解く手法を提案した [3], [4]。この手法には本質的にゼロ除算が含まれており、実装上の工夫により回避している。Carter らは、求める骨格成分とは双対の関係にある振動成分を表す双対変数を導入することで、ゼロ除算を回避した [5]。Chambolle らも同様に、双対変数を含む双対問題を導出し、収束を保証した半陰の再急降下法を提

[†] 早稲田大学大学院国際情報通信研究科, 本庄市
Graduate School of Global Information and Telecommunication Studies, Waseda University, A310, 1011 Nishi-Tomida, Honjo-shi, 367-0035 Japan

a) E-mail: kawamura@suou.waseda.jp

案した [6] . Combettes らは、画像の先見情報を全変動による制約条件とみなし、制約条件付き最小二乗法と劣こう配法を用いて骨格成分を直接求める手法を提案した [7] . これらの中で、Chambolle らと Combettes らの手法は高い安定性と性能を有している .

しかし、上記の手法は計算コストが高いという問題がある . 例えば、双対問題を用いる手法では、計算対象である振動成分の原関数の次元数が、入力画像のその 2 倍になる . 制約条件付き最小二乗法を用いる手法では、1 回の反復処理につき FFT (Fast Fourier Transform) と逆 FFT の計算が必要になる . これまで利用されている離散全変動の定義は、画像へ拡張する際に L^2 ノルムを用いた輝度こう配を利用している . そのため、劣微分係数が輝度値に依存し、更に平方根計算が必要になる . また、半陰の再急降下法では、反復処理における各項の役割が陽でない .

本論文では、全変動最小化を用いて画像から骨格成分を取得することを想定し、全変動最小化を高速に計算する手法を提案する . まず、全変動を二次元画像に適用して離散化する際に、輝度こう配として平方根計算が必要ない L^1 ノルムを用いる . 次に、劣こう配を用いた反復法で骨格成分を直接計算する . 双対変数を計算しないこと、FFT を含む射影関数や平方根計算が不必要、浮動小数点の計算回数の削減により計算量を削減できる .

ところで、骨格成分は画像処理における中間生成物である . 骨格成分そのものの評価方法は確立されておらず、アプリケーション依存となる . 本論文では従来手法により得られる骨格成分を正解とみなして、アプリケーションを特定せずに骨格成分取得のみの性能を評価する . 具体的には、全変動、入力画像忠実度、骨格成分近似度の 3 指標を採用する . 更に、計算時間を計測することで計算量の削減割合を評価する .

以下に、本論文の構成を示す . 2. では、骨格成分取得の定式化と全変動最小化の従来手法を述べる . 3. では、二次元画像に拡張した全変動の離散化を提案し、劣こう配法による計算手法を示す . 4. では実験により、全変動、入力画像忠実度、骨格成分近似度の三つの指標を用いて提案手法の妥当性を確認し、計算量削減について考察を行う . 5. では本論文のまとめを述べる .

2. 全変動最小化の従来手法

2.1 画像分解問題

画像処理分野で全変動最小化を利用する問題として、

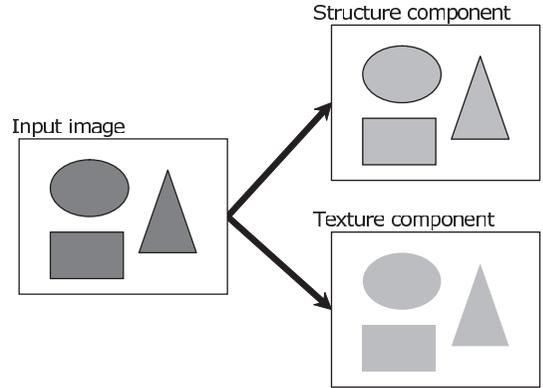


図 1 画像分解問題の概念図
Fig. 1 Conceptual diagram of the image decomposition problems.

骨格成分の取得が挙げられる . そこで、画像分解に基づく手法と画像復元に基づく手法の概要と、高速計算を実現するにあたっての問題点を述べる .

画像分解の目的は、図 1 に示すように入力画像 g からエッジを保存しながらもノイズとテクスチャとを除去した画像 u を得ることである . この画像 u を骨格成分と呼ぶ . Chambolle らは離散全変動 $J_{tv2}(u)$ を含む目的関数 (ROF モデル)

$$\min_{u \in X} \frac{\|u - g\|^2}{2\lambda} + J_{tv2}(u) \quad (1)$$

の双対問題を導出して、これを解く手法を提案した [6] . ここで、与えられる定数は入力画像 g と利用者によって選択された重み λ である . また、 X はユークリッド空間である . 式 (1) のオイラー方程式を $w = (g - u)/\lambda$ で置き換えて

$$w - g/\lambda + \frac{1}{\lambda} \partial J_{tv2}^*(w) \ni 0 \quad (2)$$

と書き直すと、 w について

$$\min_{w \in X} \frac{\|w - g/\lambda\|^2}{2} + \frac{1}{\lambda} J_{tv2}^*(w) \quad (3)$$

という式 (1) に双対な最小化問題を得る . なお、 J_{tv2}^* は J_{tv2} の共役関数である .

ここで、 w はその定義より、入力画像から骨格成分を除去した振動成分である . すなわち、双対問題では振動成分を求める問題が導出される . J_{tv2}^* はユークリッド空間の部分空間 K を規定しており、この空間は

$$\{\text{div } p : p \in Y, |p_{i,j}| \leq 1, \forall i, j = 1, \dots, N\} \quad (4)$$

で与えられる． Y は $X \times X$ のベクトルを表している．したがって，振動成分 w を求めるのではなく，その原関数となる p を求めることになる．

p は定義より画像の 2 倍の要素数になり，ラグランジュの未定乗数法と半陰的最急降下法を用いて求められる． $\tau > 0$ を選び， $p^0 = 0$ として，任意の $n \geq 0$ について p^{n+1} を計算する反復式は

$$p_{i,j}^{n+1} = \frac{p_{i,j}^n + \tau(\nabla(\operatorname{div} p^n - g/\lambda))_{i,j}}{1 + \tau|(\nabla(\operatorname{div} p^n - g/\lambda))_{i,j}|} \quad (5)$$

と与えられる．なお，離散全変動 J_{tv2} ， div 演算子， ∇ 演算子，それぞれの定義と計算方法は後述する．

この手法の優位性は必ず収束値が存在することであり，その効率と安定性が保証されている．しかし，双対問題を用いる手法には三つの問題がある．第 1 に骨格成分 u が直接計算されるのではなく，振動成分 w (実際には原関数である p) が計算されることである．第 2 に原関数 p の次元数は入力画像の次元数の 2 倍になることである．最後に半陰的な反復解法であるため，各項の役割が陽でないことである．

2.2 画像復元問題

画像復元の目的は， $g = Lu + v$ で与えられる画像劣化モデルが与えられた場合に，図 2 に示すようにノイズ除去と原画像復元を同時に行うことである．ここで， g は入力画像， u は復元画像， v は加法性ノイズ成分， L は劣化フィルタを表す既知の線形演算子である．本論文では，劣化フィルタが全帯域フィルタであり，ノイズとテクスチャとがまとめてノイズであると想定する．このとき，画像復元により復元画像を u を取得することは，画像分解により骨格成分を取得することと同じになる．すなわち，復元画像 u が骨格成分となる．

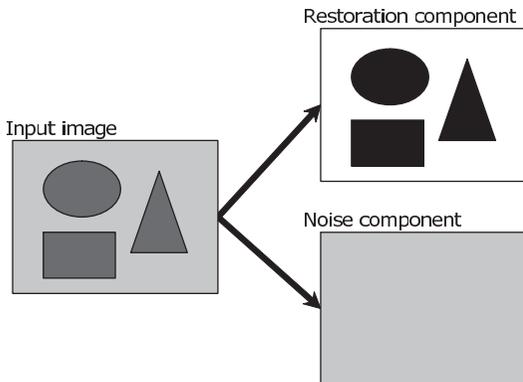


図 2 画像復元概念図

Fig. 2 Conceptual diagram of image restoration.

Combettes らは，ノイズエネルギーが δ 以下であるという制約条件付き最小二乗問題と全変動を画像の分類（衛星写真や顔画像など）から決定される値にする凸最適化問題の二つを交互に解く手法を提案した [7]．まず， u 成分の統計的仮定として，以下の閉凸制約集合を構成する．

$$S = \{z \in X \mid \|Lz - g\|^2 \leq \delta\} \quad (6)$$

更に全変動を最適な正則条件として採用する．画像復元は以下の制約条件付き最小二乗問題となる．

$$\text{Find } u^* \in S \text{ such that } J_{tv2}(u^*) = \inf J_{tv2}(S)$$

ここで， $\inf J_{tv2}(S)$ は画像の分類から決定されるスカラー値である．

任意の n について， u_{n+1} を計算する反復式は

$$u_{n+1} = P_S \left(u_n + (\alpha_n - J_{tv2}(u_n)) \frac{\partial J_{tv2}(u_n)}{\|\partial J_{tv2}(u_n)\|^2} \right) \quad (7)$$

と与えられる． P_S は制約条件付き最小二乗問題に相当する射影関数であり，FFT と逆 FFT を含む手法で計算される． P_S の中の項は全変動を画像固有の値にする凸最適化問題であり，劣こう配法により計算される． α_n の更新式は文献 [7] による．なお，全変動の定義と計算方法は後述するが，画像分解問題におけるそれと同じである．

Combettes らの手法は骨格成分を直接求める点が，Chambolle らの手法と異なる．その結果，劣こう配法を含む反復計算において，骨格成分 u の変化が陽になっている．しかし，この手法には二つの問題がある．第 1 に，収束するまでの反復回数が Chambolle らの手法と比べて多いことである．第 2 に，1 回の反復処理ごとに FFT を含む射影関数を計算するため，計算コストが高いことである．

2.3 従来の離散全変動の定義と計算方法

ここで，Chambolle らの手法と Combettes らの手法で共通となる離散全変動の定義と計算方法について述べる．画像は $N \times N$ の二次元行列であるとする． X はユークリッド空間 $\mathfrak{R}^{N \times N}$ ， Y は $X \times X$ のベクトルを表す．また， $y = (y_1, y_2) \in \mathfrak{R}^2$ について， $|y| = \sqrt{y_1^2 + y_2^2}$ とする．

離散全変動を定義するために，線形の離散こう配演算子を導入する． $u \in X$ についてこう配 $\nabla u \in Y$ は，

$$(\nabla u)_{i,j} = ((\nabla u)_{i,j}^1, (\nabla u)_{i,j}^2) \quad (8)$$

$$(\nabla u)_{i,j}^1 = \begin{cases} u_{i+1,j} - u_{i,j} & \text{if } i < N, \\ 0 & \text{if } i = N, \end{cases} \quad (9)$$

$$(\nabla u)_{i,j}^2 = \begin{cases} u_{i,j+1} - u_{i,j} & \text{if } j < N, \\ 0 & \text{if } j = N \end{cases} \quad (10)$$

となる。ただし、 $i, j = 1, \dots, N$ とする。

離散発散 $\text{div} : Y \rightarrow X$ を連続系のアナロジーを用いて $\text{div} = -\nabla^*$ として定義すると、 $p \in Y$ と $u \in X$ について $\langle -\text{div} p, u \rangle_X = \langle p, \nabla u \rangle_Y$ となる。このことは div が $p = (p^1, p^2) \in Y$ について、

$$(\text{div} p)_{i,j} = \begin{cases} p_{i,j}^1 - p_{i-1,j}^1 & \text{if } 1 < i < N, \\ p_{i,j}^1 & \text{if } i = 1, \\ -p_{i-1,j}^1 & \text{if } i = N, \\ p_{i,j}^2 - p_{i,j-1}^2 & \text{if } 1 < j < N, \\ p_{i,j}^2 & \text{if } j = 1, \\ -p_{i,j-1}^2 & \text{if } j = N \end{cases} \quad (11)$$

となり、容易に確かめられる。

したがって、 u の離散全変動は

$$J_{\text{tv}2}(u) = \sum_{1 \leq i,j \leq N} |(\nabla u)_{i,j}| \quad (12)$$

と定義される。以下では、 $J_{\text{tv}2}$ を L^2 全変動と呼ぶことにする。

この全変動の離散化には、劣微分係数が輝度値に依存するという問題が生じる。本来、 L^1 ノルムとして全変動が定義されていたにもかかわらず、二次元へ拡張される際に L^2 ノルムが導入されたことに起因する。更に、劣微分係数の計算には平方根計算が必須となり、計算コストがやや高くなる。

3. 提案手法

3.1 離散全変動の定義と凸性

これまで述べてきた問題点を解決する全変動最小化の高速計算手法を提案する。まず、全変動を L^1 ノルムのまま二次元に拡張する方法を述べる。そして、この離散全変動が凸関数であることを明らかにする。更に、提案した離散全変動の劣微分を導出する。次に、反復計算における計算コストが低い Chambolle らの画像分解 (ROF モデル) と、反復計算において各項の役割が陽である Combettes らの劣こう配法とを用いて、提案する離散全変動最小化の数値計算を実現する。

全変動は隣接画素同士の差分絶対値の合計であるという概念を、二次元画像に適用することで離散化を実現する。輝度こう配を L^2 ノルムではなく L^1 ノルムにより定義する。したがって、 u の離散全変動として

$$J_{\text{tv}1}(u) = \sum_{1 \leq i,j \leq N-1} |u_{i+1,j} - u_{i,j}| + |u_{i,j+1} - u_{i,j}| \\ + \sum_{1 \leq i \leq N-1} |u_{i+1,N} - u_{i,N}| + \sum_{1 \leq j \leq N-1} |u_{N,j+1} - u_{N,j}|$$

を提案する。ここで、任意のベクトル u_1, u_2 と任意の実数 $0 < \alpha < 1$ に対して、

$$J_{\text{tv}1}(\alpha u_1 + (1 - \alpha)u_2) \\ \leq \alpha J_{\text{tv}1}(u_1) + (1 - \alpha)J_{\text{tv}1}(u_2) \quad (13)$$

を満たしている。したがって、 $J_{\text{tv}1}$ は凸関数である [8]。以下では、 $J_{\text{tv}1}$ を L^1 全変動と呼ぶことにする。

提案する離散全変動の劣微分は以下ようになる。

$$\partial J_{\text{tv}1}(u_{i,j}) \\ = \text{sgd}(u_{i+1,j} - u_{i,j}) + \text{sgd}(u_{i,j+1} - u_{i,j}) \\ + \text{sgd}(u_{i-1,j} - u_{i,j}) + \text{sgd}(u_{i,j-1} - u_{i,j}) \quad (14)$$

$$\text{sgd}(x) = \begin{cases} +1 & (x < 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -1 & (x > 0) \end{cases} \quad (15)$$

ただし、存在しない画素を含む項の sgd は 0 とする。

なお、全変動を二次元に拡張して離散化する際に 4 近傍を用いる手法は比較的一般的であるが、輝度こう配には L^2 ノルムを利用している [3], [9]。その結果、2.3 でも述べたように劣微分係数が輝度に依存するなどの問題が生じる。提案手法は劣微分係数が 4 近傍における輝度値の大小のみによって決定されるという特徴がある。

3.2 劣こう配法の適用

改めて、全変動最小化の定式化を行う。先に述べたように、本論文では ROF モデルを利用する。したがって、目的関数は

$$\min_{u \in X} \frac{\|u - g\|^2}{2\lambda} + J_{\text{tv}1}(u) \quad (16)$$

となる。式 (1) と比較すると、利用している全変動が異なる。この目的関数を計算するために、Combettes らと同様に劣こう配法を利用する。なお、第 1 項の忠

表 1 提案手法と従来手法における特徴比較
Table 1 Characteristics comparison between proposed method and conventional methods.

Methods / Characteristics	Iteration	Discretization	Computational cost
Proposed method	explicit subgradient	L^1 norm	low
Conventional method 1 by Chambolle	semi-implicit gradient	L^2 norm	partial low
Conventional method 2 by Combettes	explicit subgradient	L^2 norm	high

実化項はこう配法となる。

オイラー方程式を計算すると、こう配法による反復式は

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{n+1} &= \mathbf{u}^n - w^n (\mathbf{u}^n - \mathbf{g} + \lambda \partial J_{\text{tv1}}(\mathbf{u}^n)) \quad (17) \\ &= (1 - w^n) \mathbf{u}^n + w^n \mathbf{g} - w^n \lambda \partial J_{\text{tv1}}(\mathbf{u}^n) \quad (18) \end{aligned}$$

となる。ここに、 w^n は更新における重みで、反復計算が収束するように指数関数的に小さくする。

式 (18) の各項の役割は、以下のように解釈できる。第 1 及び 2 項は骨格成分 \mathbf{u} が入力画像 \mathbf{g} から離れすぎないようにする忠実化項である。第 3 項は劣微分係数を減算するベクトルであるから、微分可能な点において一律に平滑化して骨格成分にする平滑化項である。

定義より明らかなように、提案した離散全変動の劣微分は、大小比較のみで決定されるために計算コストが低い。また、FFT などを含む射影関数がないため、1 回の反復処理における計算コストも低くなる。なお、定量的な評価は実験により行う。

表 1 に提案手法と従来手法の特徴をまとめる。提案手法は反復計算における各項の役割を陽にしたままで数値計算を可能としている。また、輝度こう配にも L^1 ノルムを利用して計算を実現している。更に、浮動小数点の計算回数低減により、計算量も削減される。これらの結果、エッジ強調など他のフィルタを加えた反復法を構成することも可能になり、適用範囲が広がるのが期待される。

これまでに劣こう配に局所微分を用いる手法も提案されている [3] が、提案手法は三つの優位性がある。第 1 に、除算がないため、0 除算を避けるための微少な定数等を加える必要がない。第 2 に、輝度こう配に L^2 ノルムを利用していないため、平方根の計算が全く必要なく、1 回ごとの反復計算コストも低い。最後に、付録 1. に示すように、提案手法の反復回数は局所微分を用いる手法よりも少ない。収束速度が速い理由は、重み w を指数関数的に小さくしていることにあると考えられる。

4. 実験と考察

4.1 性能評価項目と実験条件

提案手法の妥当性を示すために、全変動最小化を用いて静止画像から骨格成分を取得する実験を行う。ここで、本論文では 2. で述べた Chambolle らの画像分解手法 (以下、従来手法 1) と Combettes らの画像復元手法 (以下、従来手法 2) とにより得られる骨格成分を正解とみなして、アプリケーションを特定せずに骨格成分のみを評価する。そこで評価項目として、 L^1 全変動、 L^2 全変動、入力画像忠実度の 3 指標における一致度と骨格成分近似度を採用する。 L^1 全変動と L^2 全変動は得られた骨格成分の全変動を測る。入力画像忠実度は入力画像と得られた骨格成分との PSNR を測る。骨格成分近似度は、提案手法と従来手法のそれぞれから得られた骨格成分同士に対して、画像の構造についても評価可能であるといわれる Structural SIMilarity (SSIM) 指標を測る [10]。SSIM 指標の導出と値の目安を付録 2. に示す。なお、全変動と入力画像忠実度は提案手法と従来手法 1, 2 における目的関数や制約条件に該当する。最後に、提案手法より削減された計算量を、実際にかかった計算時間を比較して考察する。

対象画像として自然画像 2 枚、人工画像 (アニメーションに含まれる静止画像) 2 枚の計 4 枚を用いた。画像はすべてグレースケール (8 bit/pel) である。各画像の名称、解像度、 L^1 全変動 (L^1 -TV)、 L^2 全変動 (L^2 -TV) を表 2 に示す。また、以下の表に示す全変動はすべて 1 画素当りの値である。ここで、人工画像を比較対象に加えた理由を述べる。アニメーションに代表される人工画像には、自然画像に比べて輝度変化が平坦な領域や急しゅんなエッジが多く含まれている。不連続点を含む画像を正則化可能な全変動により、平坦な領域ではノイズに起因する振動成分が除去されること、急しゅんなエッジが骨格成分として保存されることを検討するためである。また、Anime 1 はキャラクターの全体像が描かれており、多数の小さな平た

表 2 対象画像の特性

Table 2 Characteristics of target images.

Name	Size [pixel]	L^1 -TV	L^2 -TV
Lenna	512 × 512	11.32	8.93
Barbara	512 × 512	22.36	17.86
Anime 1	704 × 480	10.38	8.46
Anime 2	704 × 480	9.01	7.24

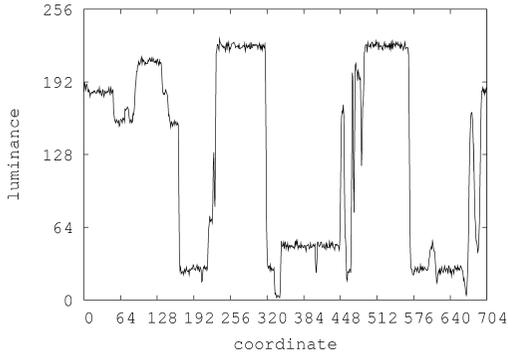


図 3 Anime 1 の 240 行目における画素位置と輝度との関係
Fig. 3 Columns of pixels and luminance value on 240 rows of Anime 1.

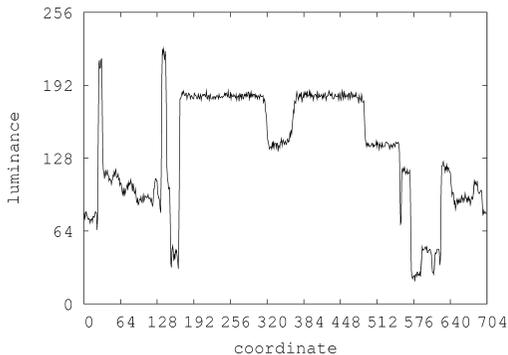


図 4 Anime 2 の 240 行目における画素位置と輝度との関係
Fig. 4 Columns of pixels and luminance value on 240 rows of Anime 2.

ん領域から構成されている。Anime 2 はキャラクターの顔が背景とともに描かれており、少数の大きな平坦領域と複雑な背景から構成されている。Anime 1 と 2 の 240 行目における輝度変化を図 3, 図 4 に示す。

実験に用いた計算機環境は、Intel Core 2 Duo (E8500) 3.16 GHz, メモリ 8 GByte, 64 bit Linux, Intel C++ Compiler 11.0 である。FFT 及び逆 FFT の計算には、FFTW3 ライブラリを利用した [11]。

4.2 従来手法 1 に対する性能評価結果

従来手法 1 (Chambolle らの画像分解手法) により得られる骨格成分を正解とする場合の性能評価を行う。

表 3 従来手法 1 に対する提案手法 1 の性能評価結果

Table 3 Performance evaluation results of the proposed method 1 against the conventional method 1.

Image / methods	L^1 -TV	L^2 -TV	PSNR [dB]	SSIM	Time [ms]
Lenna					
Prop. 1	5.79	4.82	35.9	0.996	59.8
Conv. 1	5.79	4.70	35.9	-	103.3
Barbara					
Prop. 1	11.19	9.42	30.7	0.994	59.5
Conv. 1	11.59	9.43	30.9	-	102.2
Anime 1					
Prop. 1	6.07	5.23	38.2	0.996	68.0
Conv. 1	6.03	5.11	38.2	-	128.4
Anime 2					
Prop. 1	4.92	4.16	38.9	0.997	73.6
Conv. 1	4.86	4.04	38.9	-	128.4

従来手法 1 と提案手法におけるパラメータは $\lambda = 8$ で、反復回数は 10 回である。以下、この条件を提案手法 1 と呼ぶ。

提案手法 1 の性能評価結果を表 3 に示す。左列から入力画像の名称と手法, L^1 全変動 (L^1 -TV), L^2 全変動 (L^2 -TV), 入力画像忠実度 (PSNR), 骨格成分近似度 (SSIM), 画像の入出力を除く計算時間 (Time) である。

この表より, L^1 全変動, L^2 全変動, 入力画像忠実度の 3 指標は誤差 3% 以下であり, かつ骨格成分近似度は 0.994 以上であることが分かる。したがって, 提案手法 1 から得られた骨格成分は従来手法 1 から得られたそれに十分近似していることが明らかとなった。

更に, 提案手法 1 による計算時間は従来手法 1 と比べて, 53 ~ 58% と約半分に低減されている。我々の実装において 1 画素ごとの浮動小数点計算のうち, 乗算が 7 回から 2 回へ, 除算や平方根計算が 2 回から 0 回に削減されたことが要因である。

Lenna について, 入力画像を図 5, 提案手法 1 と従来手法 1 により得られた骨格成分を図 6, 図 7 に示す。Anime 2 について提案手法 1 と従来手法 1 により得られた骨格成分の輝度変化の一部分を図 8 に示す。

これらの図より, 提案手法 1 は従来手法 1 と同様に, 自然画像と人工画像の両方においてテクスチャや平坦領域に含まれるノイズを平滑化する一方で, エッジを比較的保存していることが確認できる。ただし, 人工画像に含まれていた急しゅんなエッジについて, 少なからず滑らかになっている。反復計算のどの項にもエッジ強調をする要因が含まれていないことが原因である [12]。



図 5 入力画像 Lenna
Fig. 5 Input image: Lenna.

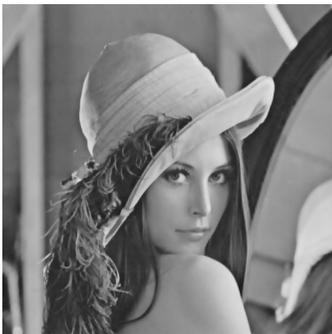


図 6 提案手法 1 により得られた骨格画像
Fig. 6 Structure image obtained by the proposed method 1.



図 7 従来手法 1 により得られた骨格画像
Fig. 7 Structure image obtained by the conventional method 1.

4.3 従来手法 2 に対する性能評価結果

従来手法 2 (Combettes らの画像復元手法) により得られる骨格成分を正解とする場合の性能評価を行う。従来手法 2 のパラメータは文献 [7] による。一方、提案手法におけるパラメータ λ は、入力画像忠実度 (PSNR) がほぼ一致するように決定した。以下、この

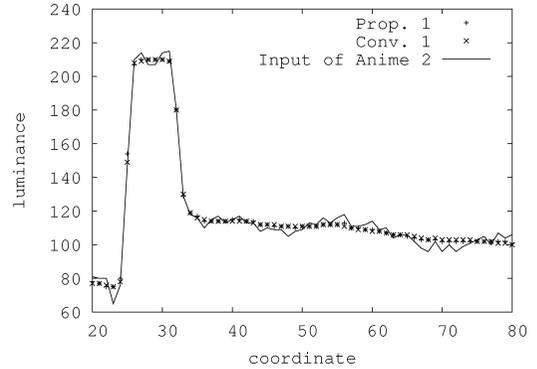


図 8 Anime 2 の 240 行目における画素位置と輝度的一部分。提案手法 1, 従来手法 1 により得られた骨格成分と入力画像の比較

Fig. 8 Columns of pixels and luminance value on 240 rows of a part of Anime 2. Comparison between structure components obtained by the proposed method 1 and the conventional method 1, and the input image.

条件を提案手法 2 と呼ぶ。

ところで、本論文では ROF モデルにおける全変動最小化の計算手法を提案しているが、画像復元における式 (7) の J_{tv2} は J_{tv1} に置換可能である。ただし、FFT を含む射影関数は計算コストが高く、高速計算に適さない。以下、この手法を提案手法 3 と呼び、結果を参考値として示す。

提案手法 2, 3 の性能評価結果を表 4 に示す。左列から入力画像の名称と手法, L^1 全変動 (L^1 -TV), L^2 全変動 (L^2 -TV), 入力画像忠実度 (PSNR), 骨格成分近似度 (SSIM), 反復回数 (Iteration), 画像の入出力を除く計算時間 (Total time) である。更にその右側に劣こう配法が占める計算時間と反復処理 1 回当たりの計算時間, FFT などを含む射影関数の計算時間とその反復処理 1 回当たりの計算時間を示した。

提案手法 2 は従来手法 2 と計算方針が大きく異なるが, Barbara を除いて骨格成分近似度は 0.982 以上であるため, 得られた骨格成分同士はかなり近似していると考えられる。Barbara の骨格成分近似度が低いのは, 画像分解に用いるパラメータ λ の大きさに比べてテクスチャの振幅が大きいため, テクスチャを十分除去できないことが原因である。更に提案手法 2 の L^1 全変動と L^2 全変動は, 従来手法 2 のそれらと比べて低下している。したがって, 提案手法 2 は振幅の小さなノイズやテクスチャに関する平滑化性能が高いと考えられる。

表 4 従来手法 2 に対する提案手法 2, 3 の性能評価結果
 Table 4 Performance evaluation results of the proposed method 2 and 3 against the conventional method 2.

Image / methods	L^1 -TV	L^2 -TV	PSNR [dB]	SSIM	Iteration [times]	Total time [ms]	Subgradient computation [ms] ([ms/ite.])	Projection with FFT computation [ms] ([ms/ite.])
Lenna								
Prop. 2	4.69	3.97	33.0	0.985	30	178.3	-	-
Prop. 3	5.35	4.47	33.1	0.989	53	2772.2	270.7(5.11)	2194.3(41.40)
Conv. 2	5.37	4.35	33.1	-	50	2693.6	368.7(7.37)	2035.8(40.72)
Barbara								
Prop. 2	4.95	4.25	25.3	0.966	30	180.7	-	-
Prop. 3	5.65	4.78	25.1	0.988	50	2514.9	259.3(5.19)	1968.1(39.36)
Conv. 2	5.85	4.76	25.2	-	54	2810.1	404.0(7.48)	2104.7(38.98)
Anime 1								
Prop. 2	5.11	4.43	33.6	0.985	30	179.7	-	-
Prop. 3	5.83	5.07	33.7	0.991	49	3374.0	250.2(5.11)	2738.7(55.89)
Conv. 2	5.71	4.85	33.7	-	51	3680.5	391.4(7.67)	2888.6(56.64)
Anime 2								
Prop. 2	4.16	3.54	34.7	0.982	30	188.4	-	-
Prop. 3	4.77	4.06	34.6	0.991	54	3725.2	274.9(5.09)	3044.1(56.37)
Conv. 2	4.77	3.98	34.8	-	51	3650.3	396.1(7.77)	2858.4(56.05)

提案手法 2 による計算時間は従来手法 2 と比べて、5~7%程度と大幅に削減されている。FFT を含む射影が必要なく、反復回数が削減されたためである。

参考値として結果を示した提案手法 3 について、 L^1 全変動、 L^2 全変動、入力画像忠実度の 3 指標は誤差 5%以下であり、かつ骨格成分近似度は 0.988 以上であることが分かる。したがって、提案手法 3 から得られた骨格成分は従来手法 2 から得られたそれに十分近似していることが明らかとなった。

更に、提案手法 3 の劣こう配法における 1 回当たりの計算時間は従来手法 2 と比べて、65~70%に低減されている。我々の実装において 1 画素ごとの浮動小数点計算のうち、乗算が 5 回から 1 回へ、平方根計算が 1 回から 0 回に削減されたことが要因である。ただし、提案手法 3 の反復回数は従来手法 2 と比べて増減するため、全体計算時間は必ずしも低減しない。また、FFT などを含む射影関数にかかる計算時間が大部分を占めるため、計算量低減の影響もほとんど見られない。

Lenna について、提案手法 2、提案手法 3、従来手法 2 により得られた骨格成分を図 9、図 10、図 11 に示す。Anime 1 について、提案手法 2、提案手法 3、従来手法 2 により得られた骨格成分の 240 行目の輝度変化の一部分を図 12 に示す。

これらの図より、提案手法 2、提案手法 3 は従来手法 2 と同様に、自然画像と人工画像の両画像でテクスチャや平たん領域に含まれるノイズを平滑化する一方



図 9 提案手法 2 により得られた骨格画像
 Fig. 9 Structure image of Lenna obtained by the proposed method 2.



図 10 提案手法 3 により得られた骨格画像
 Fig. 10 Structure image of Lenna obtained by the proposed method 3.



図 11 従来手法 2 により得られた骨格画像

Fig. 11 Structure image of Lenna obtained by the conventional method 2.

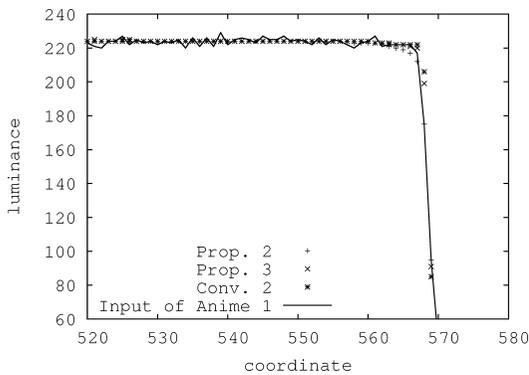


図 12 Anime 1 の 240 行目における画素位置と輝度的一部分．提案手法 2, 3, 従来手法 2 により得られた骨格成分と入力画像の比較

Fig. 12 Columns of pixels and luminance value on 240 rows of a part of Anime 1. Comparison between structure components obtained by the proposed method 2, 3, and the conventional method 2, and the input image.

で、エッジを比較的保存することが確認できる。また、提案手法 1 と比較して提案手法 2 や提案手法 3 の方が、強く平滑化していることが分かる。

5. む す び

本論文では、全変動を用いて画像から骨格成分を取得することを想定し、全変動最小化の高速計算手法を提案した。提案手法の特徴は、第 1 に二次元画像の離散全変動として平方根計算が必要ない L^1 ノルムを適用したことである。第 2 に双対問題や射影計算を経ることなく劣こう配法を用いて骨格成分を計算したことである。

自然画像と人工画像を用いた骨格成分取得の実験により、本手法は従来手法と同等の性能を維持したまま

高速計算を実現していることを示した。

計算時間は画像分解手法と比較して 53~58%と約半分に、画像復元手法と比較して 5~7%へと大幅に削減された。また、反復処理を構成する項は、骨格成分を入力画像に近づける忠実化項と、全変動の観点から骨格成分を平滑化する平滑化項であることを明らかにした。

今後の課題として、忠実化項にも L^1 ノルムを利用する手法 [2] への本手法の拡張が挙げられる。

謝辞 本研究は特別研究員奨励費 (19・2363) の助を受けたものである。

文 献

- [1] L.I. Rudin, S.J. Osher, and E. Fatemi, "Nonlinear total variation based noise removal algorithms," *Physica D*, vol.60, pp.259-268, 1992.
- [2] T.F. Chan, S. Esedoglu, and M. Nikolova, "Algorithms for finding global minimizers of image segmentation and denoising models," *SIAM J. Appl. Math.*, vol.66, no.5, pp.1632-1648, 2006.
- [3] T.F. Chan, S.J. Osher, and J. Shen, "The digital TV filter and nonlinear denoising," *IEEE Trans. Image Process.*, vol.7, no.2, pp.231-241, 2001.
- [4] L.A. Vese and S.J. Osher, "Modeling textures with total variation minimization and oscillating patterns in image processing," *J. Scientific Computing*, vol.15, pp.553-572, 2003.
- [5] J.L. Carter, *Dual Methods for Total Variation-Based Image Restoration*, Ph.D. Thesis, U.C.L.A. (Advisor: T.F. Chan), 2001.
- [6] A. Chambolle, "An algorithm for total variation minimization and applications," *J. Mathematical Imaging and Vision*, vol.20, pp.89-97, 2004.
- [7] P.L. Combettes and J.C. Pesquet, "Image restoration subject to a total variation constraint," *IEEE Trans. Image Process.*, vol.13, no.9, pp.1213-1222, 2004.
- [8] 田中謙輔, *凸解析と最適化理論*, 牧野書店, 1994.
- [9] 辻 裕之, 徳増眞司, 高橋裕樹, 中嶋正之, "非等方拡散法に基づく空間平滑化フィルタの構築に関する基礎検討," *信学論 (D-II)*, vol.J88-D-II, no.6, pp.1024-1034, June 2005.
- [10] Z. Wang, A.C. Bovik, H.R. Sheikh, and E.P. Simoncelli, "Image quality assessment: From error visibility to structural similarity," *IEEE Trans. Image Process.*, vol.13, no.4, pp.600-612, 2004.
- [11] M. Frigo and S.G. Johnson, *FFTW Home Page*, FFTW (オンライン), 入手先 <<http://www.fftw.org/>> (参照 2009-07-01).
- [12] 河村 圭, 石井大祐, 渡辺 裕, "疑似 TV ノルムの数値計算とその領域分割への応用に関する検討," *信学技報*, IE2007-122, Dec. 2007.

付 録

1. 4近傍を用いた全変動最小化手法との比較

Chanらは離散全変動 $J_{tv2}(u)$ を含む目的関数(ROFモデル)についてオイラー方程式を導出し,全変動最小化を実現する手法を提案している(以下,従来手法3).また,劣こう配として局所変分を採用し,0除算を避けるために微小な定数 a を導入している.本章では4.2と同様に,従来手法1(Chambolleらの画像分解手法)により得られる骨格画像を正解とする場合の収束までの反復回数を示す.従来手法3におけるパラメータと反復回数は, L^2 全変動と入力画像忠実度(PSNR)がほぼ一致するように決定した.

従来手法3の性能評価結果を表A.1に示す.左列から入力画像の名称と手法, L^2 全変動(L^2 -TV),入力画像忠実度(PSNR),骨格成分近似度(SSIM),反復回数(Iteration),画像の入出力を除く計算時間(Time)である.

この表より,従来手法3は従来手法1よりも反復回数が多く,全体計算時間も長い.ただし,反復計算1回当りの計算時間は低減されている.更に従来手法3は提案手法1よりも反復回数が多く,反復計算1回当りの計算時間も長いことが分かる.

2. Structural similarity 指標

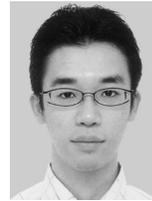
SSIM指標は2画像間の類似尺度である.0から1の値をとり,2画像が完全に一致するときのみ1となる.骨格成分を用いた予備実験により,0.980以上では視覚的に差異を知覚できない.

2画像 x, y の対応する小領域におけるSSIM指標は,

$$\frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(2\text{cov}_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_y^2 + \sigma_x^2 + c_2)} \quad (\text{A.1})$$

で計算される.ここで, μ は輝度の平均, σ^2 は輝度の分散, cov_{xy} は x と y の輝度の共分散, c_1, c_2 は定数である.具体的な設定は文献[10]による.小領域ごとに得られたSSIM指標を画像全体で平均した結果がSSIM指標となる.

(平成21年7月16日受付,11月1日再受付)



河村 圭 (学生員)

平16早大・理工・電子・情報通信卒・平17同大学院国際情報通信研究科修士課程了.同年後期博士課程入学.ベクターグラフィックスと画像符号化に関する研究に従事.IEEE,情報処理学会各学生会員.



石井 大祐 (学生員)

平18東京理科大・理・応用物理卒・平20早稲田大学大学院国際情報通信研究科修士課程了.同年後期博士課程入学.画像符号化及び画像解析に関する研究に従事.



渡辺 裕 (正員)

昭55北大・工・電子卒.昭60同大学院博士課程了.同年NTT入社.NTT研究所において画像の高効率符号化に関する研究及びMPEG標準化に従事.平12早稲田大学大学院国際情報通信研究科教授.マルチメディアの符号化及び配信に関する研究に興味をもつ.工博.IEEE,情報処理学会,映像情報メディア学会各会員.

表 A.1 画像分解手法の比較

Table A.1 Performance comparison between proposed method and image decomposition.

Image / methods	L^2 -TV	PSNR [dB]	SSIM	Iteration [times]	Time [ms]
Lenna					
Conv. 3	4.72	35.9	0.997	15	128.4
Conv. 1	4.70	35.9	-	10	103.3
Barbara					
Conv. 3	9.44	30.9	0.996	18	151.9
Conv. 1	9.43	30.9	-	10	102.2
Anime 1					
Conv. 3	5.12	38.6	0.997	13	141.6
Conv. 1	5.11	38.2	-	10	128.4
Anime 2					
Conv. 3	4.04	39.3	0.997	12	130.8
Conv. 1	4.04	38.9	-	10	128.4