

I-045

フレーム理論に基づく信号の冗長度制御方式 A Study on Signal Redundancy Control Method Based on Frame Theory

石川 孝明[†]
Takaaki ISHIKAWA

渡辺 裕[‡]
Hiroshi WATANABE

1. まえがき

画像や映像のネットワーク伝送において、複数の独立なチャンネルを利用可能であれば、単一の伝送路を利用するよりもパケットロスやバーストに対してロバストなコンテンツ伝送が可能である。このようなモデルでは、入力信号を複数のビットストリームに符号化する必要がある。これを実現する符号化手法として多重記述符号化 (Multiple Description Coding) がある。同符号化は、情報源符号化における冗長度削減だけでなく、信号の冗長度を制御することが可能である。

本研究では、入力信号の変換により得られる係数群を複数のグループに分割する一連の操作を、フレーム理論に基づいて定式化する。冗長度を制御するためのパラメータ λ を導入した作用素を用いることで、入力信号と複数の出力信号を直接的に結び付けることが可能となる。実験により提案手法が複数ビットストリーム間の冗長度を制御可能であることを示す。

2. フレーム

フレームは、ある部分空間を張る基底関数を内包する線形従属な関数族であり以下のように定義される。

ヒルベルト空間 \mathcal{H} における関数の族 $\{\phi_j\}_{j \in J}$ について、定数 A, B が $0 < A \leq B < \infty$ を満たし、任意の関数 $f \in \mathcal{H}$ について式 (1) が成立するとき、関数の族 $\{\phi_j\}_{j \in J}$ はフレームをなすという [1][2]。

$$A\|f\|^2 \leq \sum_{j \in J} |\langle f, \phi_j \rangle|^2 \leq B\|f\|^2 \quad (1)$$

式 (1) の A と B はフレーム限界と呼ばれ、 f を安定に再構成可能するための制限である。

フレームには右逆行行列が存在しないが、入力信号を一意に展開することは可能である。 n 行 m 列で表される行列 T において、 T の列ベクトル $\{\phi_j\}$ が \mathbb{C}^n に対するフレームをなすとす。このとき、フレーム作用素 $S = TT^*$ を用いて、 f は式 (2) のように展開できる。ただし T^* は T の随伴行列を表す。

$$f = \sum_{j \in J} \langle f, S^{-1}\phi_j \rangle \phi_j \quad (2)$$

このように $\{\phi_j\}$ に対応する係数は、 $\langle f, S^{-1}\phi_j \rangle$ で表される。係数値は、 f に式 (3) の疑似逆行行列 T^+ を左からかけることで一意に求められる。また、 $TT^+ = I$ が成立する。

$$T^+ = T^*(TT^*)^{-1} \quad (3)$$

3. 提案手法

はじめに、ヒルベルト空間 E^m における冗長度をパラメータ λ を用いて表す。次に、冗長度を利用した \mathbb{C}^n に対するフレームを設計する。

[†]早稲田大学国際情報通信研究センター, GITI
[‡]早稲田大学大学院国際情報通信研究科, GITS

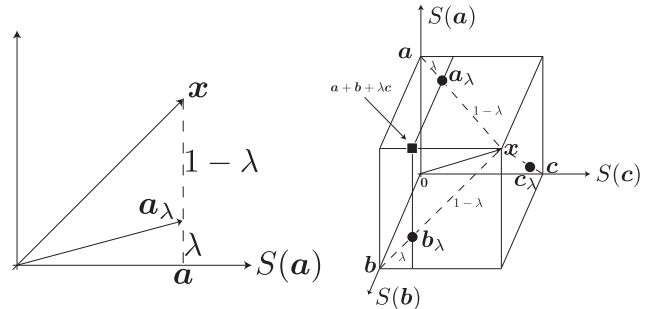


図 1: 冗長度元 (M=2)

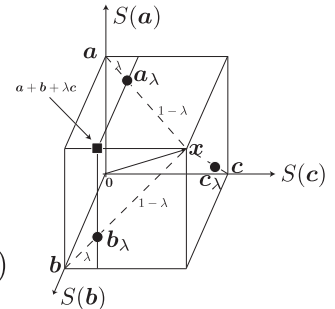


図 2: 冗長度元 (M=3)

3.1 ヒルベルト空間の冗長度元

まず、 $x \in E^m$ を 2 つの成分に分割する場合について述べる。図 1 に、分割数が 2 の場合の直交分解を示す。 x の直交分解で得られる a について冗長な信号成分が増加すると、対応する係数群の L2 ノルムも徐々に増加する。そのため、信号の冗長度が 1 以上 2 以下における冗長な係数群は、 x と a の中間に位置すると考えられる。そこで、冗長な係数群をヒルベルト空間上の x と a を用いて、式 (4) で表す。凸結合の条件から、パラメータ $\lambda \in E^m$ は、非負の値である。

$$a_\lambda = (1 - \lambda)a + \lambda x \quad (4)$$

次に、 M 分割の場合について述べる。直交分解で得られる元を $x_i = P_i x$ で表記することで、 M 分割における i 番目の冗長度元は、 λ を用いて式 (5) のように表される。式 (5) において、信号間の冗長度は λ により制御できる。すなわち、 $\lambda = 1$ ならば、各冗長度元は全て x を表し、 $\lambda = 0$ ならば、全ての冗長度元の結合は単一の x を表す。

$$\begin{aligned} x_\lambda(i) &= (1 - \lambda)P_i x + \lambda \sum_{j=1}^M P_j x \\ &= (1 - \lambda)P_i x + \lambda x \end{aligned} \quad (5)$$

$M=3$ における冗長度元を図 2 に示す。 c_λ が欠落する場合、受信側では、 $a + b + \lambda c$ なる係数群になる。このように λ の導入により、係数が失われたとしてもより x に近い係数を再構成可能なことがわかる。

3.2 冗長度元を用いた作用素

前節で示した λ を用いた冗長度元を利用し、 M 本の係数列を E^{Mn} の元で表し、 \mathbb{C}^n に対するフレームをなす作用素 A を設計する。

はじめに、 $y \in E^n$ と $x \in E^m$ の対応関係について述べる。 x は E^m の元であり、対応する E^n の元を y で表す。 \mathbb{C}^n に対するフレーム T を用いれば、 $y = Tx$ および $x = T^+ y$ が成り立つ。

次に、 $x_\lambda(i)$ を要素にもつ $X_{MD} \in E^{Mm}$ を考える。式 (6) に $y \in E^n$ と $X_{MD} \in E^{Mm}$ を対応づける A を示

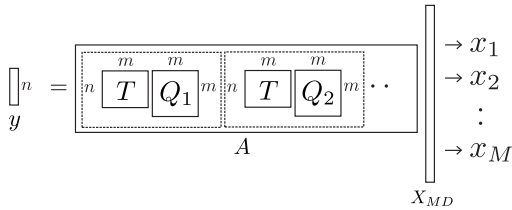


図 3: フレーム展開の行列表現

し、図3に行列表現を示す。ただし、 M は分割数を表し、 $m \geq n$ であり、 $Q_i = P_i + \lambda(I - P_i)$ とおく。A の各要素は、共通のパラメータ λ と要素ごとの射影子 P_i で表される。このとき、 Q_i が直交射影行列ならば、A の全てのフレームベクトルは、T のフレームベクトルに含まれる。したがって、A は、 $y \in E^n$ と $X_{MD} \in E^{Mm}$ を対応づける C^n に対するフレームである。A は、 $rank(A) = n$ を満たしている。このとき、 P_i と λ がパラメータとなり A における有効なフレームベクトルが制御される。 $\lambda = 1$ の場合は T の全てのフレームベクトルが M 回重複して存在し、 $\lambda = 0$ の場合は重複するフレームベクトルは存在しない。

$$y = AX_{MD} \quad (6)$$

$$= [T\{P_1 + \lambda(I - P_1)\} \ T\{P_2 + \lambda(I - P_2)\} \dots] X_{MD}$$

以上から、 C^n に対するフレーム A を用いて、 E^n の入力信号は、重複可能な複数のフレームベクトルとその係数群で展開されることがわかる。

4. 実験

提案手法の有効性を確認するために評価実験を行う。入力画像を4つのビットストリームに符号化し、それぞれをバーストエラーの生じる独立したチャンネルで伝送するモデルを用いる。

4.1 実験条件

従来手法として、9/7-Daubechies フィルタを用いた離散ウェーブレット変換を利用する。この変換はフレームではないが、第3章で示した空間について $m = n$ とすればフレームと同様に扱うことができる。一方、提案手法として、NoiseShaping と呼ばれる係数の最適化手法 [3] を適用した複素ウェーブレット変換を利用する。この変換は、 $4n = m > n$ なるフレームである。

実験には、 512×512 [pel] (グレースケール) の Lena を用いた。係数は各ビットストリームで独立に線形量子化した。情報は量子化係数のエントロピーである。

4.2 実験結果

各係数群を伝送するチャンネルにバーストエラーが生じることを想定し、全チャンネルのうち1チャンネルから3チャンネルまで通信を遮断した場合の伝送効率を評価する。図4は、提案方式における Lena を複数のビットストリーム全体で 0.5[bpp] に符号化した実験結果である。図4より、パケットロスが生じない場合は、冗長度 $\rho = 1.0$ の場合が最も効率が高く、冗長度 $\rho = 3.25$ の場合が最も悪い。この結果は、多重化される冗長な情報が増加するに伴い、ビットストリームの符号化効率が低下することに一致する。一方、パケットロスが生じると、最も効率のよいビットストリームは冗長度 ρ に応じて変化することがわかる。これは、提案手法が冗長度を制御可能であることを示している。

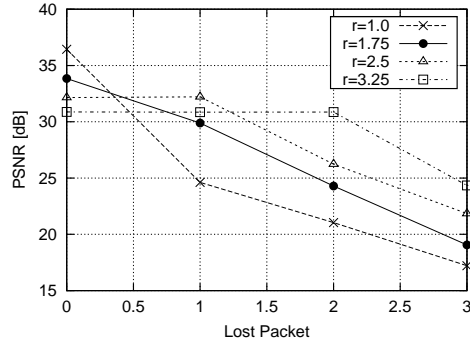


図 4: 冗長度の制御 (Lena, 0.5[bpp])

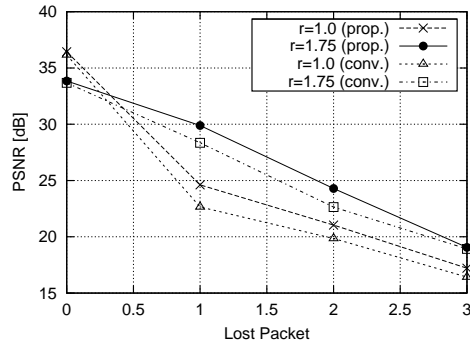


図 5: 冗長度制御と変換手法の比較 (Lena, 0.5[bpp])

次に、従来手法との比較を行う。図5に冗長度が $\rho = 1.0$ および $\rho = 1.75$ における結果を示す。図5より、提案手法は、分割対象となる係数群を得るための変換方式に依存せず冗長度を制御できることがわかる。また、提案手法の効率は従来手法を上回っており、有効性が確認できる。

5. まとめ

本検討では、冗長な係数群をヒルベルト空間の元として定式化し、入力信号との関係をフレーム理論に基づく作用素により表現した。提案手法は、作用素に冗長度を制御するパラメータを含んでおり、実験により冗長度制御が可能であることを示した。また、バーストエラーを想定した実験において、従来手法よりも伝送効率が改善することを示した。

参考文献

- [1] I. Daubechies, Ten Lectures On Wavelets, I. Daubechies, ed., Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.
- [2] O. Christensen, An Introduction to Frames and Riesz Bases, Birkhauser, 2002.
- [3] T.H. Reeves, and N.G. Kingsbury, "Overcomplete Image Coding Using Iterative Projection-Based Noise Shaping," IEEE ICIP, vol.3, no.3, pp.597-600, 2002.