D-11-82

2008 年　電子情報通信学会総合大会

全変動ノルムの離散化手法に関する検討

A Study on Discretization Method for Total Variation Norm

河村圭　石井大祐　渡辺裕
Kei Kawamura　Daisuke Ishii　Hiroshi Watanabe

早稲田大学大学院 国際情報通信研究科
Graduate School of Global Information and Telecommunication Studies, Waseda University.

1　はじめに

画像復元問題は，画像処理における大きなテーマである．その目的は与えられた画像 g からエッジが保存されたノイズ除去後の画像 u を得ることである．この問題を解く正則化基準として，Rudin，Osher，Fatami らによって全変動ノルム（Total Variation Norm）が導入された [1]．本稿では，最急降下法の適用を実現するために，全変動ノルムの離散化手法を提案する．

2　従来手法

離散系の全変動ノルムは一般的に，離散勾配演算子

$$(\nabla u)_{i,j} = \left((\nabla u)^1_{i,j}, (\nabla u)^2_{i,j}\right) \tag{1}$$

$$(\nabla u)^1_{i,j} = \begin{cases} u_{i+1,j} - u_{i,j} & \text{if } i < N, \\ 0 & \text{if } i = N, \end{cases} \tag{2}$$

$$(\nabla u)^2_{i,j} = \begin{cases} u_{i,j+1} - u_{i,j} & \text{if } j < N, \\ 0 & \text{if } j = N \end{cases} \tag{3}$$

を用いて定義される．g と $\lambda > 0$ が与えられるとき，

$$\min_u \frac{\|u-g\|^2}{2\lambda} + \sum_{1\le i,j\le N} |(\nabla u)_{i,j}| \tag{4}$$

と定式化できる．Chambolle らは画像 u の双対変数を導入し，制約付きの最小化問題に帰着する手法を提案している [2]．しかし，直接求められた双対変数の役割と計算途中の推移が陽でないため，他分野への適用が難しい．

3　提案手法

本稿では全変動ノルムの概念に立ち返り，操作としての微分を導入する．$\sum|\nabla u|$ の意図は，通常は微分が定義できない不連続点を含む関数に対して，ある範囲で積分してから微分するということである．∇u を離散化する方法には自由度があるが，大局的には隣接画素との差分の絶対値を合計しているだけである．そこで，局所的な離散化を 4 画素用いて

$$\boldsymbol{u}_{i,j} = (u_{i,j},\ u_{i+1,j},\ u_{i,j+1},\ u_{i+1,j+1})^t \tag{5}$$

$$|(\nabla \boldsymbol{u})_{i,j}| = |u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j}| + |u_{i,j+1} - u_{i,j}| + |u_{i+1,j+1} - u_{i,j+1}| + |u_{i+1,j} - u_{i,j}| \tag{6}$$

という定義式を用いることを提案する．

ここで，$|(\nabla \boldsymbol{u})_{i,j}|$ が 0 になるのは，4 画素が全て同じ値のときである．また $|(\nabla \boldsymbol{u})_{i,j}|$ が値を持つ場合，これを減少させるためには 4 画素の値を同じにすればよい．従って，微分係数ベクトルは

$$\Delta \boldsymbol{u}_{i,j} = (\overline{\boldsymbol{u}_{i,j}} - u_{i,j},\ \overline{\boldsymbol{u}_{i,j}} - u_{i+1,j},\ \overline{\boldsymbol{u}_{i,j}} - u_{i,j+1},\ \overline{\boldsymbol{u}_{i,j}} - u_{i+1,j+1})^t \tag{7}$$

と定義できる．式 (4) に最急降下法を適用すると，

$$\boldsymbol{u}^{n+1}_{i,j} = \boldsymbol{u}^n_{i,j} - \alpha(\boldsymbol{u}^n_{i,j} - \boldsymbol{g}_{i,j} + \lambda\Delta\boldsymbol{u}^n_{i,j}) \tag{8}$$

$$= (1-\alpha)\boldsymbol{u}^n_{i,j} + \alpha\boldsymbol{g}_{i,j} - \alpha\lambda\Delta\boldsymbol{u}^n_{i,j} \tag{9}$$

となる．n は更新回数，α はステップ幅である．$(\nabla \boldsymbol{u})_{i,j}$ が 0 のときは微分が定義できないため，$(\nabla \boldsymbol{u})_{i,j}$ が微少なときを含めて $\boldsymbol{u}^{n+1}_{i,j} = \overline{\boldsymbol{u}^n_{i,j}}$ とする．また，式 (9) のうち最初の 2 項は入力画像に近づける項で，最後の項は平滑化を行う項であると理解できる．

表 1　Image Similarity (PSNR). [dB]

Similarity	λ_p	Proposed	λ_c	Conventional
47.6	4	41.4	2	41.5
47.3	8	38.2	4	38.4
46.9	16	35.3	8	35.5
46.5	24	34.0	12	33.8
45.8	48	32.5	16	32.6

4　実験と考察

提案手法を実装し，自然画像を用いて骨格画像 u の分離実験を行った．従来手法として Chambolle らの手法を用いた [2]．ここで，提案手法で用いるパラメータを λ_p，従来手法で用いるそれを λ_c と定義する．

表 1 に Lenna について提案手法と従来手法による骨格画像の近似度を PSNR として左列に示す．ただし，入力画像と得られた骨格画像の PSNR が近くなるような λ の値を中央列，右列のように組み合わせている．定量的な評価により両方の骨格画像は非常に近いことが明らかとなった．

5　おわりに

本稿では，全変動ノルムによる画像分離問題を対象として，全変動ノルムの離散化と操作としての微分を提案した．さらにこれを用いて骨格画像 u を計算するアルゴリズムを示した．実験により従来手法と同等の性能を維持したまま，計算アルゴリズムでの各項の役割を陽にした．

謝辞

本研究は特別研究員奨励費（19 · 2363）の助成を受けたものである．

参考文献

[1] I. Rudin, J. Osher, and E. Fatemi, “Nonlinear total variation based noise removal algorithms,” Physica D, Vol. 60, pp. 259–268, 1992.

[2] A. Chambolle, “An Algorithm for Total Variation Minimization and Applications,” J. Mathematical Imaging and Vision, Vol. 20, pp.89–97, 2004.