複素ウェーブレットを用いた画像符号化における情報量削減手法に関する検討
A Study on Reduction of Information in Image Coding Using Complex Wavelet

高橋 良知　河村 圭　渡辺 裕
Yoshitomo TAKAHASHI　Kei KAWAMURA　Hiroshi WATANABE

早稲田大学大学院 国際情報通信研究科
Graduate School of Global Information and Telecommunication Studies, Waseda University.

Abstract: CWT (Complex Wavelet Transform) provides approximate shift invariance and good directional selectivility, unlike DWT (Discrete Wavelet Transform). However, it is an overcomplete transform with $2^m : 1$ for m–dimensional signals. To achieve image coding using CWT, this redundancy should be reduced by the characteristic of CWT. "Noise Shaping" is an efficient redundancy reduction method, which generally increases a noise reduction in oversampled Filter Banks. Complex wavelet coefficients are modified with nearly loss-less quality by the NS method. However, modification of coefficients depends on a threshold of the NS method. In this paper, we clarify a relationship between the modification and the threshold.

1　はじめに

離散ウェーブレットを用いた 2 次元多重解像度解析 (以下，DWT : Discrete Wavelet Transform) は，冗長性を持たない変換である．これに対し，近年，複素ウェーブレットと呼ばれるウェーブレットが提案されている [1]．複素ウェーブレットはシフト不変性の成立，画像中のエッジを 6 方向に分離可能，という離散ウェーブレットとは異なる特性を有している．また，複素ウェーブレットは m 次元の信号に対し，$2^m : 1$ の冗長性を持つ. そこで，複素ウェーブレットを用いた画像符号化を実現する場合，上記の特性を利用し，冗長性を削減していく必要がある．

本稿では，複素ウェーブレット変換 (以下，CWT : Complex Wavelet Transform) 後の非ゼロ係数を効率的に削減することを目的とする．そこで，Noise Shapig (以下，NS) 法による係数変化と閾値の関係について検討を行う．

2　複素ウェーブレットを用いた画像符号化

2.1　複素ウェーブレット変換

画像圧縮などに用いる実数型ウェーブレットに対し，複素ウェーブレットは，式 (1) のように， 2 種類の異なる実数型ウェーブレット $\psi_r(t)$，$\psi_i(t)$ を実数部，虚数部に配置したものとなる．

$$\psi_c(t) = \psi_r(t) + \mathrm{j}\psi_i(t) \tag{1}$$

$$\phi_c(t) = \phi_r(t) + \mathrm{j}\phi_i(t) \tag{2}$$

$\psi_r(t)$，$\psi_i(t)$ に対応するスケーリング関数を $\phi_r(t)$，$\phi_i(t)$ とすると，式 (2) により，複素ウェーブレットのスケーリング関数が定義される．この複素ウェーブレットを用いた 2D–CWT の処理フローを図 1 に示す．2D–CWT は，1 つのレベルについて，12 種類の高域サブバンドと 4 種類の低域サブバンドの計 16 種類のサブバンドが生成されるため，4 : 1 の冗長性を持つ変換となる．

2.2　Noise Shaping 法

冗長フィルタバンクを用いた変換は，変換後のデータ数が増加するため雑音に対する感度が低いという特性がある [2]．この特性を利用し，変換・逆変換の過程で雑音を低減させる手法が NS 法である．これを複素ウェーブレット変換に適用するための構成図を図 2 に示す [3]．NS 法は繰り返しを伴う処理であるが，一定回数の繰り返しで必ず収束する．この操作により，閾値以下の複素ウェーブレット係数は次第に小さくなり，閾値以上の複素ウェーブレット係数は次第に大きくなる，という効果が得られる．また，再構成画像はほぼロスレスとなる．

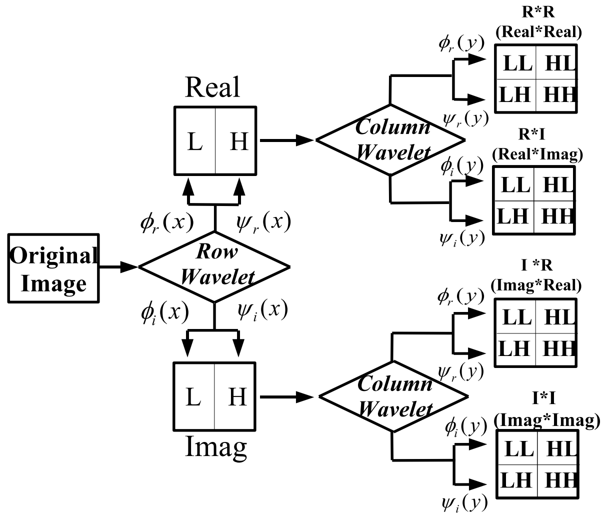


Figure 1: 2D–CWT in Level 1

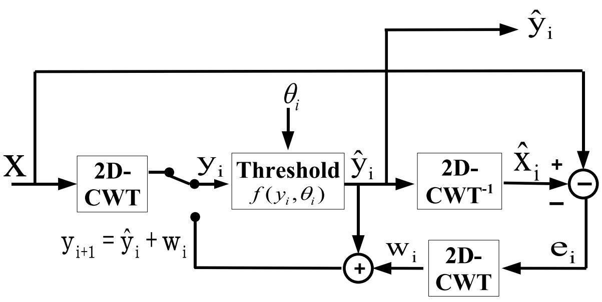


Figure 2: Noise Shaping to 2D–CWT

3　予備実験

NS 法を複素ウェーブレットに適用した際の非ゼロ係数と PSNR の関係を図 3 に示す．非ゼロ係数は最大値のウェーブレット係数から順番に指定個数まで抽出した．画像は Lena (256 × 256) を使用し，複素ウェーブレットとして RI-Spline Wavelet[4]，離散ウェーブレットとして Daubechies 9/7 Filter を用いた．また，図 2 における閾値関数 $f(y_i, \theta_i)$ として，以下のハード閾値を用いた．

$$\hat{y}^{2k-1} + \mathrm{j}\hat{y}^{2k} = \begin{cases} 0 & \texttt{if} \quad |y^{2k-1} + \mathrm{j}y^{2k}| < \theta \\ y^{2k-1} + \mathrm{j}y^{2k} & \texttt{otherwise} \end{cases} \tag{3}$$

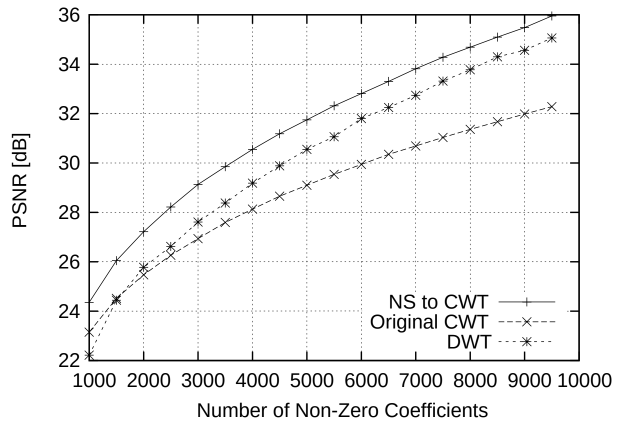
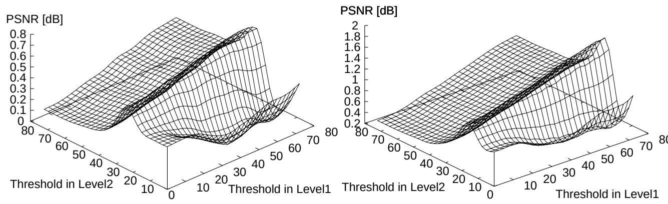


Figure 3: PSNR in Non-Zero Coefficients



(a) 400 Non-Zero Coef. (b) 1200 Non-Zero Coef.

Figure 4: Relation between PSNR and Threshold in Level1

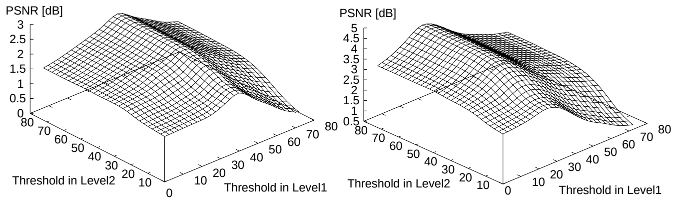
ここで，y^{2k-1}，y^{2k} はそれぞれ k 番目の複素係数の実数部，虚数部である．図 3 より，NS 後の複素ウェーブレットでは，離散ウェーブレットと同数の非ゼロ係数において，約 1.0[dB]–2.0[dB] 程度の PSNR の向上がみられる．しかし，図 3 は実験的に求めた理想的な閾値関数 $f(y_i, \theta_i)$ を用いた場合であり，閾値関数 $f(y_i, \theta_i)$ により，同数の非ゼロ係数から再構成される画像の PSNR は変化する．そこで，同数の非ゼロ係数で最大の PSNR を与えるような閾値関数 $f(y_i, \theta_i)$ を与える必要がある．

4 検討手法

予備実験では各レベルにおいて同じ閾値を用いているが，レベルごとに画像エッジに対するウェーブレット係数の重要度が異なると考えられる．ここでは，レベルごとに可変の閾値を用いて，レベル 2 までの 2D–CWT について検討を行った．図 4，5 は，それぞれ，特定レベルから 400[個]，1200[個] の非ゼロ係数を抽出した場合の各レベルの閾値と PSNR の向上度合いを表したものである．

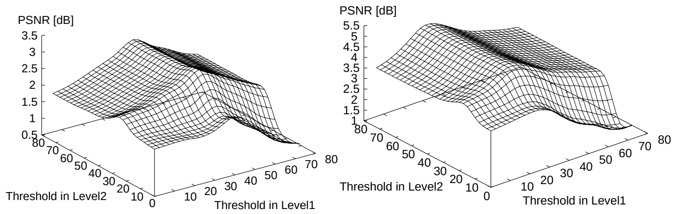
レベル 1 から抽出する非ゼロ係数は，レベル 2 に対する閾値に依存した極大値を持ち，レベル 2 から抽出する非ゼロ係数は，レベル 1 に対する閾値に依存した極大値を持つことがわかる．また，極大値を与える閾値は取り出す非ゼロ係数の個数に依存し規則的に変化する，という特性がある．このような特性は画像によらず成立するが，極大値を与える閾値は画像の特徴により変化する．

図 6 は，レベル 1，2 から同数個の非ゼロ係数を抽出した場合の PSNR の向上度合いを表したものである．各レベルにおける特定の閾値の組み合わせで極大値を形成するグラフが得られる．このとき，最大の PSNR を与えるときの閾値は各レベルで同値ではないことから，レベルごとに可変の閾値を用いる手法は有効であると考えられる．



(a) 400 Non-Zero Coef. (b) 1200 Non-Zero Coef.

Figure 5: Relation between PSNR and Threshold in Level2



(a) 800 Non-Zero Coef. (b) 2400 Non-Zero Coef.

Figure 6: Relation between PSNR and Threshold in Level1&2

実際は，レベルに無関係に非ゼロ係数を最大値から順番に抽出するため，各レベルで取り出される係数の個数は同じではないが，上記の特性は保持されるため，同数の非ゼロ係数で最大の PSNR を与える閾値が存在することになる．

5 おわりに

本稿では，複素ウェーブレットを用いた画像符号化について検討を行った．特に，非ゼロ係数を効率的に削減する Noise Shaping 法に着目し，レベルごとの閾値と係数変化の関係について検討を行った．その結果，収束後の非ゼロ係数と閾値の間には画像の特徴によらない一定の関係があることがわかった．

今後の課題として，画像の特徴より最適な閾値を自動で決定する方法や複素ウェーブレットに適したエントロピー符号化の検討などがあげられる．

参考文献

[1] I.W. Selesnick, *et al.*: “The Dual-Tree Complex Wavelet Transform,” IEEE Signal Processing Magazine, pp. 123–151, Nov. 2005.

[2] H Bölcskei, *et al.*: “Oversampled filter banks : Optimal noise shaping, design freedom, and noise analysis,” IEEE ICASSP, pp. 2453–2456, April 1997.

[3] N. G. Kingsbury, *et al.*: “Redundant Representation with Complex Wavelts : How to Achieve Sparsity,” IEEE ICIP, Sept. 2003.

[4] H. Kawabata, *et al.*: “A new complex wavelet transform by using RI-spline wavelet,” IEEE ICASSP, pp. 937–940, May 2004.

早稲田大学大学院 国際情報通信研究科
〒 *367-0035* 埼玉県本庄市西富田大久保山 *1011*
Phone: 0495-24-6143, Fax: 0495-24-6645
E-mail: yoshitomo@tom.comm.waseda.ac.jp