

マルチメディア配信システム

- No.8 画像符号化標準 -

渡辺 裕

Multimedia Distribution System

- No.8 Image Coding Standard -

Hiroshi Watanabe

画像符号化標準

- グラフィクス(限定色)
 - GIF
 - PNG
- 2値画像
 - JBIG
- 自然画像
 - JPEG
 - JPEG2000

Image Coding Standard

- Graphics (Limited Color)
 - GIF
 - PNG
- Binary Image
 - JBIG
- Natural Image
 - JPEG
 - JPEG2000

GIF

- グラフィクス交換フォーマット
 - コンピューサーブで使われた
 - 256色以下の可逆符号化
 - LZW圧縮技術
 - GIF87a, GIF89a
- LZW
 - Lempel-Ziv-Welch
 - 辞書型のユニバーサル符号化
 - ユニシス特許問題 1984-2004

GIF

- Graphics Interchange Format
 - CompuServe
 - Lossless coding for 256 colors or less
 - LZW compression
 - GIF87a, GIF89a

- LZW
 - Lempel-Ziv-Welch
 - Dictionary type compression
 - Patented 1984-2004

PNG

- ポータブルネットワークグラフィクス
 - ISO/IEC JTC1/SC24で作成された標準
 - 8-24ビットカラーの可逆符号化
 - Deflate圧縮技術を使用
 - ISO/IEC 15948:2003

- Deflate
 - LZ77 + 動的ハフマン符号
 - 位置と長さ情報が分類されて符号化
 - IETF RFC1951

PNG

- Portable Network Graphics
 - ISO/IEC JTC1/SC24
 - Lossless for 8-24 bit colors
 - Deflate compression technology
 - ISO/IEC 15948:2003
- Deflate
 - LZ77 + Dynamic Huffman
 - Location and length are categorized
 - IETF RFC1951

JBIG

- Joint Bi-level Image Experts Group
 - ISO/IEC JTC1/SC29/WG1 で作成された標準
 - 二値画像が対象(白黒画像)
 - マルコフモデル + QM符号化器
 - ISO/IEC 11544

- QM coder
 - マルコフモデル
 - 算術符号化
 - LPS: 2^{-Q}

JBIG

- Joint Bi-level Image Experts Group
 - ISO/IEC JTC1/SC29/WG1
 - Bi-level image (black/white)
 - Markov model + QM coder
 - ISO/IEC 11544

- QM coder
 - Markov model
 - Arithmetic coding
 - LPS: 2^{-Q}

JPEG

- Joint Photographic Experts Group
 - ISO/IEC JTC1/SC29/WG1 で作成
 - 静止画像(RGB各8ビットの24ビットカラー画像)
 - 非可逆符号化/可逆符号化
 - 離散コサイン変換(DCT) + ハフマン符号化/QM符号化
 - ISO/IEC 10918: 1994 | ITU-T Rec. T-81

- 離散コサイン変換
 - 8x8 DCT, 線形量子化, 重み行列
 - ジグザグスキャン, 2次元ハフマン符号化
 - 算術符号(QM coder)はオプション

JPEG

- Joint Photographic Experts Group
 - ISO/IEC JTC1/SC29/WG1
 - Still Image
 - Lossy coding/lossless coding
 - DCT + Huffman/QM coder
 - ISO/IEC 10918: 1994 | ITU-T Rec. T-81

- DCT
 - 8x8 DCT, linear quantization, weight matrix
 - Zigzag scan, 2D-Huffman coding
 - Option: QM coder

JPEG 2000

- Joint Photographic Experts Group
 - ISO/IEC JTC1/SC29/WG1 で作成
 - 静止画像(RGB各8ビットの24ビットカラー画像)
 - 非可逆から可逆まで連続的に導出可能な符号化
 - ウェーブレット +EBCOT(算術符号化)
 - ISO/IEC 15444: 2000

- ウェーブレット
 - リフティング, 線形量子化
 - EBCOT(Embedded Block Coding with Optimized Truncation), 複数コンテキストの算術符号化(MQ-coder)

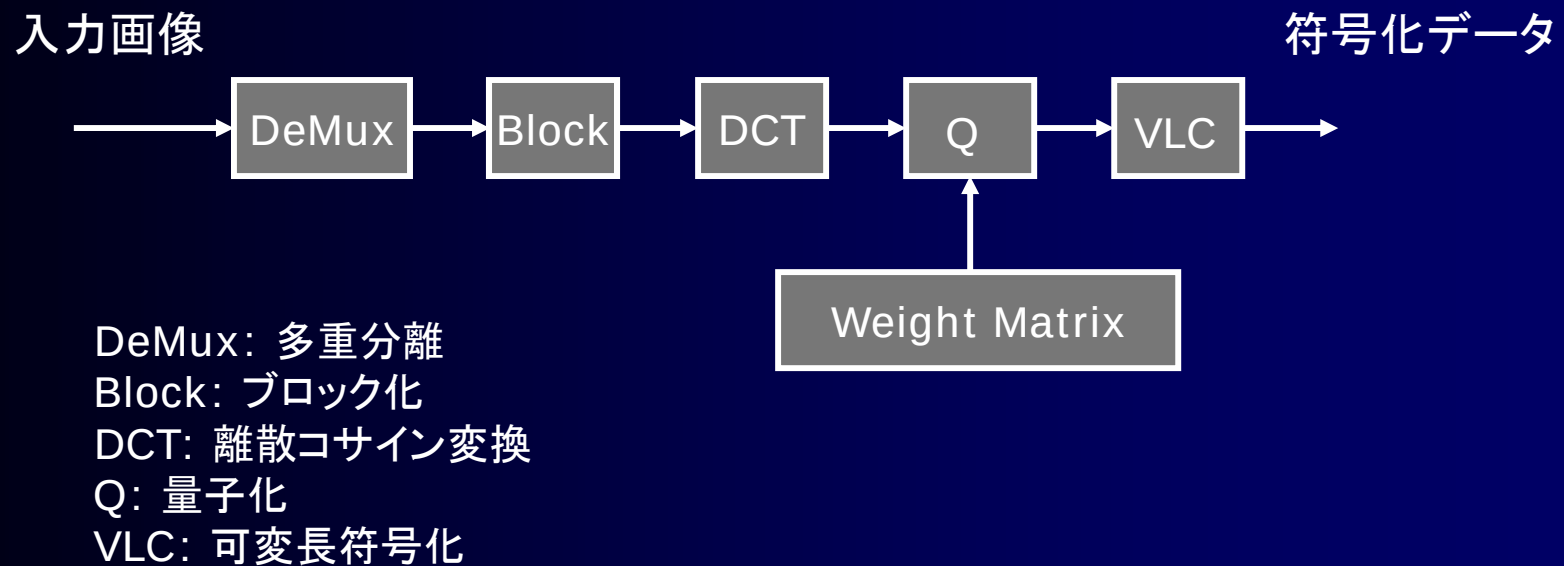
JPEG 2000

- Joint Photographic Experts Group
 - ISO/IEC JTC1/SC29/WG1
 - Still Image(RGB各8ビットの24ビットカラー画像)
 - From lossy to lossless
 - Wavelet + EBCOT(Arithmetic coding)
 - ISO/IEC 15444: 2000

- Wavelet
 - Lifting scheme, linear quantizer
 - EBCOT(Embedded Block Coding with Optimized Truncation), multi-context arithmetic coding(MQ-coder)

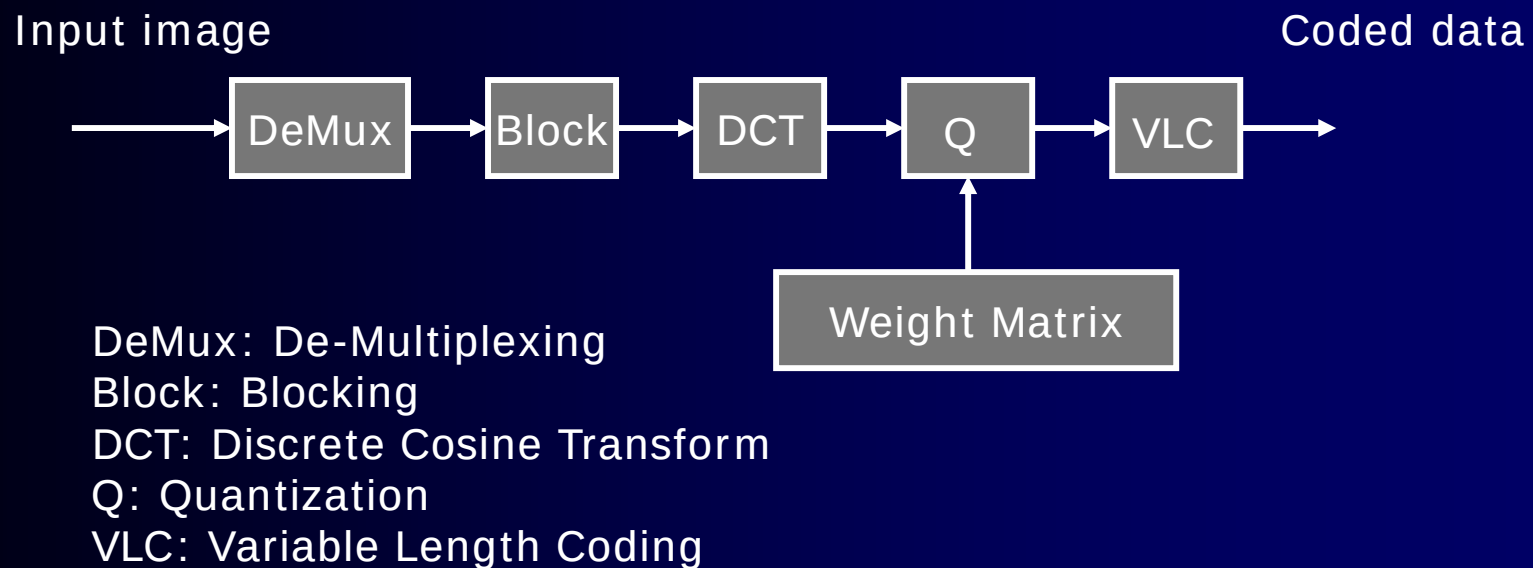
静止画像符号化方式

■ 符号化器の構成



Still Image Coding Scheme

■ Encoder Structure



色信号処理

- カラー静止画
 - 光の3原色
 - RGB (R:Red, G:Green, B:Blue)
- CCIR Rec.601 (ITU-R 601)
 - YCbCr (Y:Luminance, Cb,Cr:Chrominance)

Color Signal Processing

- Color Still Picture
 - three primary colors for light
 - RGB (R:Red, G:Green, B:Blue)
- CCIR Rec.601 (ITU-R 601)
 - YCbCr (Y:Luminance, Cb,Cr:Chrominance)

信号変換

- RGB to YCbCr

$$Y = 0.229R + 0.587G + 0.114B$$

$$Cb = -0.170R - 0.331G + 0.500B + 128$$

$$Cr = 0.500R - 0.419G - 0.081B + 128$$

- YCbCr to RGB

$$R = Y + 1.402(Cr - 128)$$

$$G = Y - 0.344(Cb - 128) - 0.714(Cr - 128)$$

$$B = Y + 1.772(Cb - 128)$$

Signal Conversion

- RGB to YCbCr

$$Y = 0.229R + 0.587G + 0.114B$$

$$Cb = -0.170R - 0.331G + 0.500B + 128$$

$$Cr = 0.500R - 0.419G - 0.081B + 128$$

- YCbCr to RGB

$$R = Y + 1.402(Cr - 128)$$

$$G = Y - 0.344(Cb - 128) - 0.714(Cr - 128)$$

$$B = Y + 1.772(Cb - 128)$$

視覚特性

- HVS (視覚特性)
 - 色差信号より輝度信号に対して敏感
 - 色差信号を間引きサンプリング
 - 典型的な例は, YCbCr形式において 色差信号CbCrを水平垂直にサブサンプリング



RGB



Y
CbCr

HVS

- HVS (Human Vision System)
 - Sensitive to luminance change than chrominance
 - Down sampling to chrominance signal
 - Example of vertical and horizontal sub-sampling of CbCr at YCbCr format



RGB



Y
CbCr

離散コサイン変換 (DCT)

- N点DCT ... 信号 $x(n)$, 変換係数 $X(k)$

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(k) \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (k = 0, \dots, N-1)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} C(k) X(k) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (n = 0, \dots, N-1)$$

ここに,

$$C(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (k = 0) \\ 1 & (k \neq 0) \end{cases}$$

Discrete Cosine Transform (DCT)

- N point DCT ... Signal $x(n)$, Coefficient $X(k)$

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(k) \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (k = 0, \dots, N-1)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} C(k) X(k) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (n = 0, \dots, N-1)$$

where,

$$C(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (k = 0) \\ 1 & (k \neq 0) \end{cases}$$

8x8DCT

- 8x8点2次元DCT ... 信号 $x(n,m)$, 変換係数 $X(u,v)$

$$X(u,v) = \frac{1}{4} C(u) C(v) \sum_{n=0}^7 \sum_{m=0}^7 x(n,m) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right)$$
$$x(n,m) = \frac{1}{4} \sum_{u=0}^7 \sum_{v=0}^7 C(u) C(v) X(u,v) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right)$$

ここに,

$$C(u), C(v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (u=0, v=0) \\ 1 & (u \neq 0, v \neq 0) \end{cases}$$

8x8DCT

- 8x8 point 2-D DCT ... Signal $x(n,m)$, Coefficient $X(u,v)$

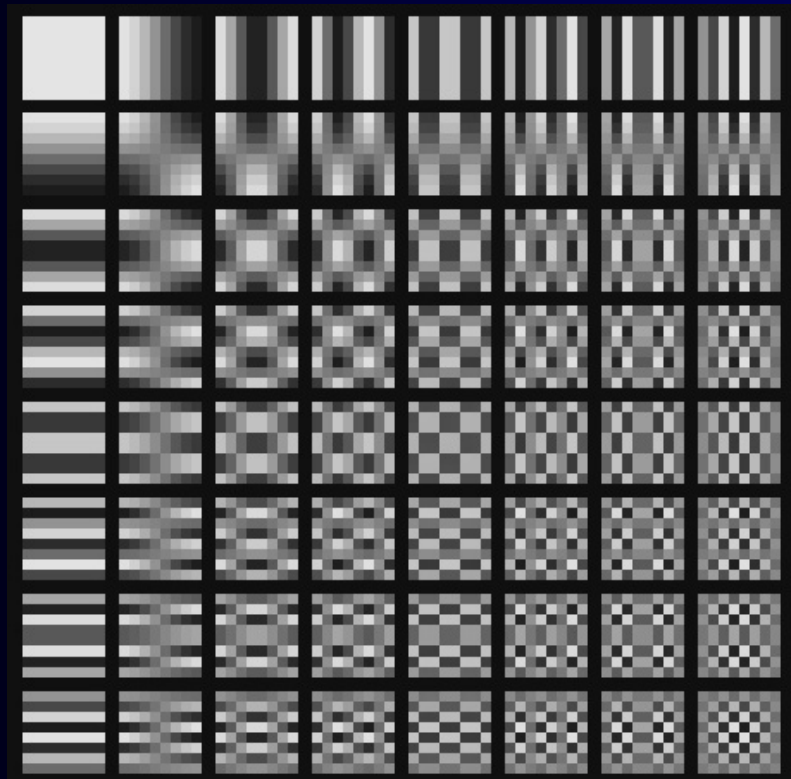
$$X(u,v) = \frac{1}{4} C(u) C(v) \sum_{n=0}^7 \sum_{m=0}^7 x(n,m) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right)$$
$$x(n,m) = \frac{1}{4} \sum_{u=0}^7 \sum_{v=0}^7 C(u) C(v) X(u,v) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right)$$

where,

$$C(u), C(v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (u=0, v=0) \\ 1 & (u \neq 0, v \neq 0) \end{cases}$$

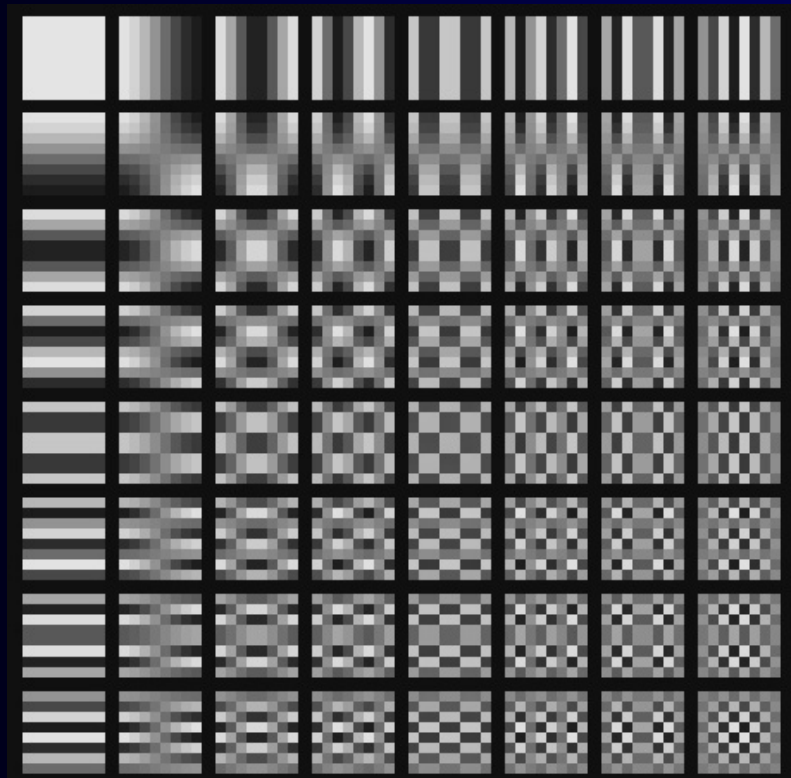
基底画像

- 8x8離散コサイン変換の基底画像

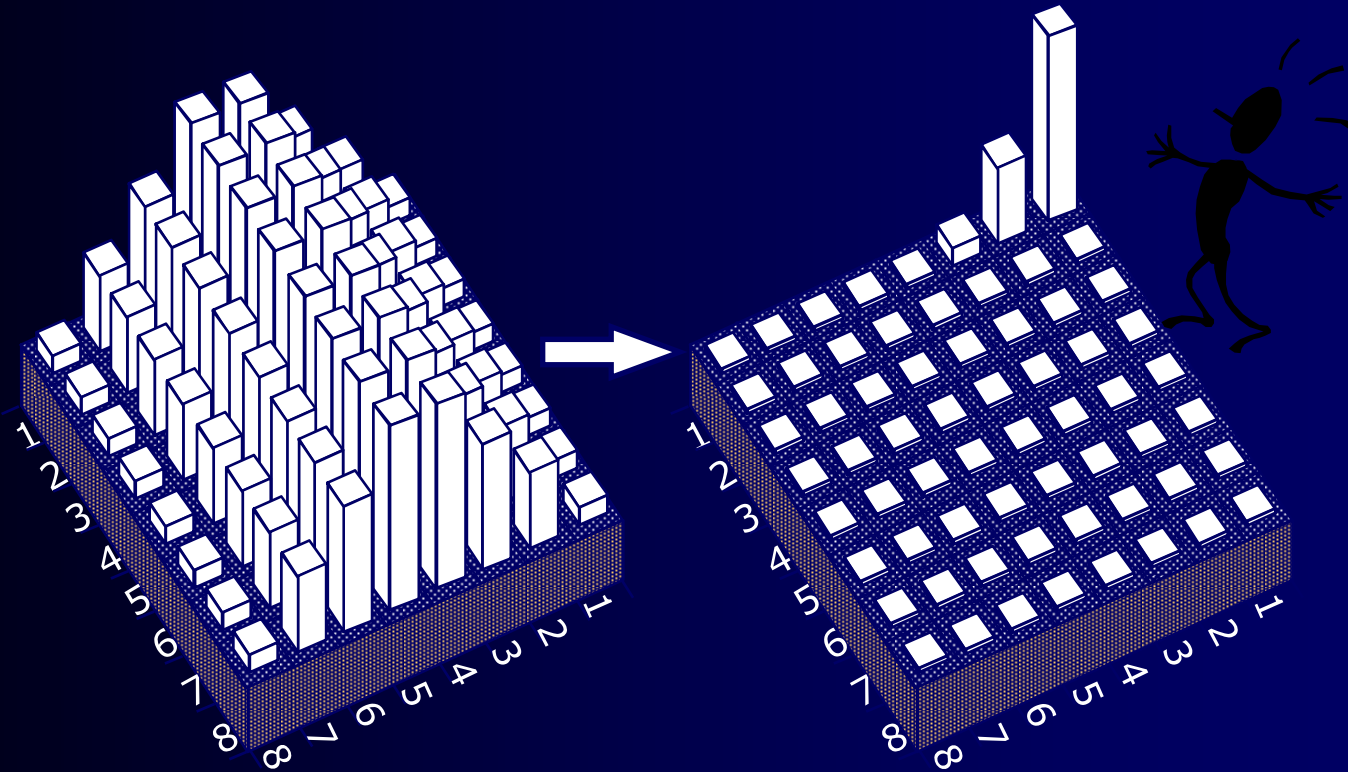


Basis Image

- Basis Image of 8x8DCT



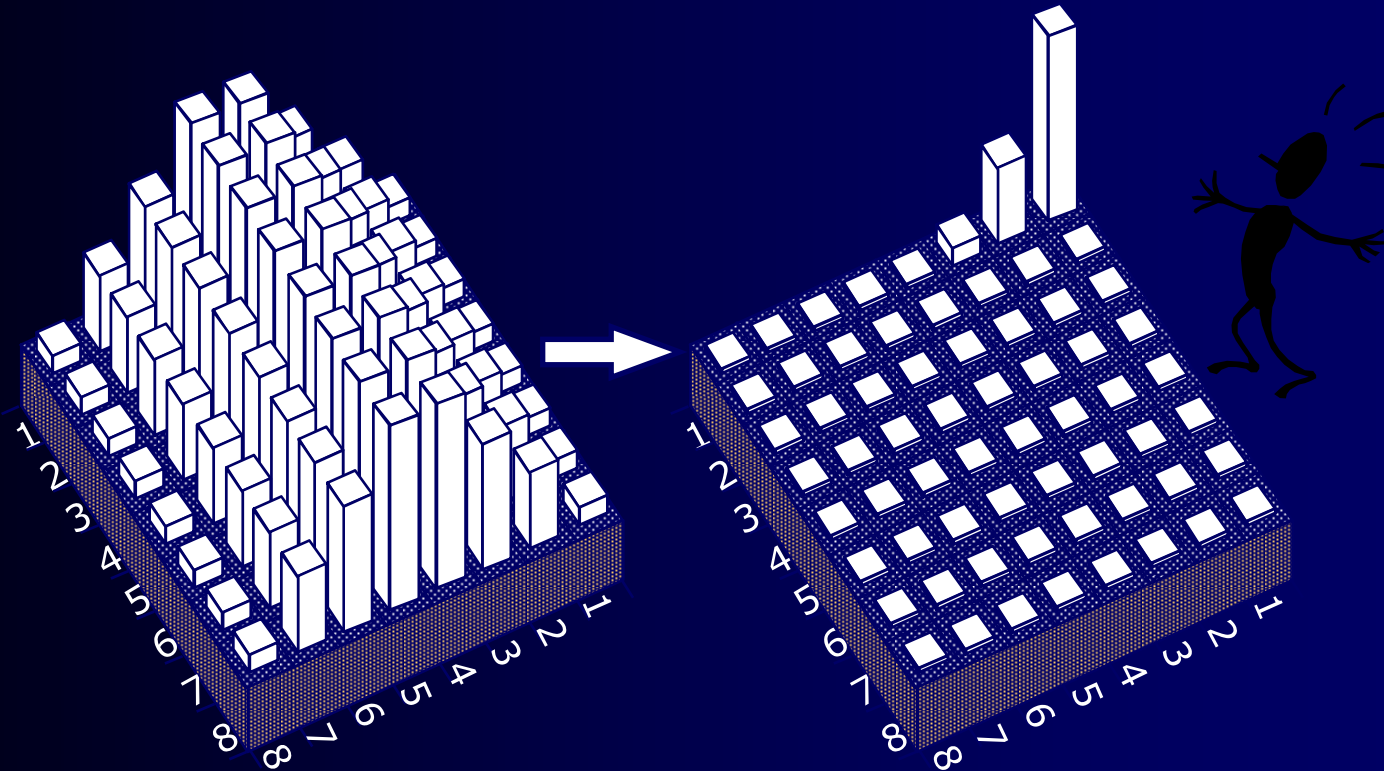
DCTの特性



信号領域(Pixels)

周波数領域(DCT Coeffs.)

Characteristics of DCT



Signal Domain
(Pixels)

Frequency Domain
(DCT Coeffs.)

Lenna by JPEG Compression

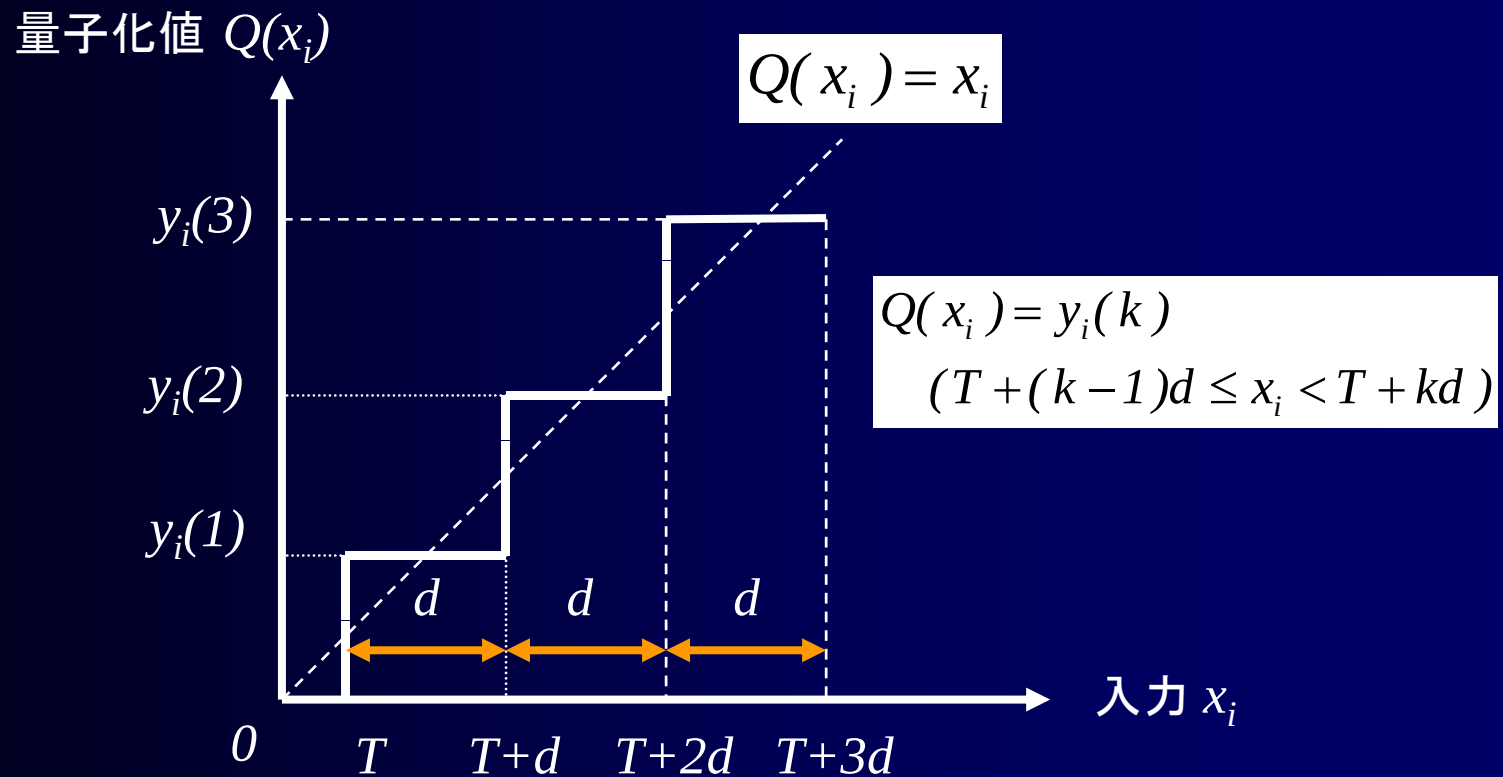


JPEG圧縮によるLenna画像



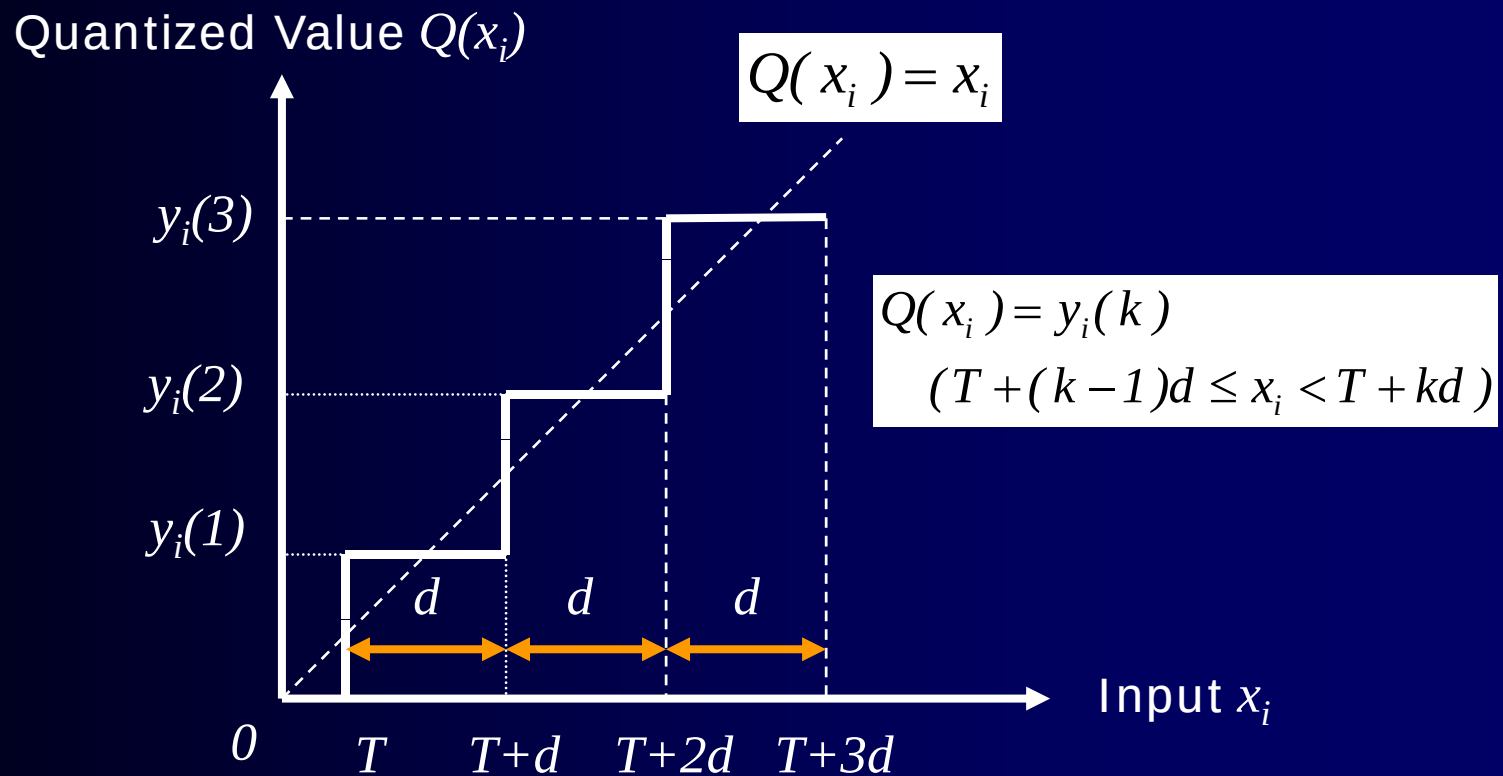
線形量子化

- 量子化ステップ d は一定値(一様量子化)



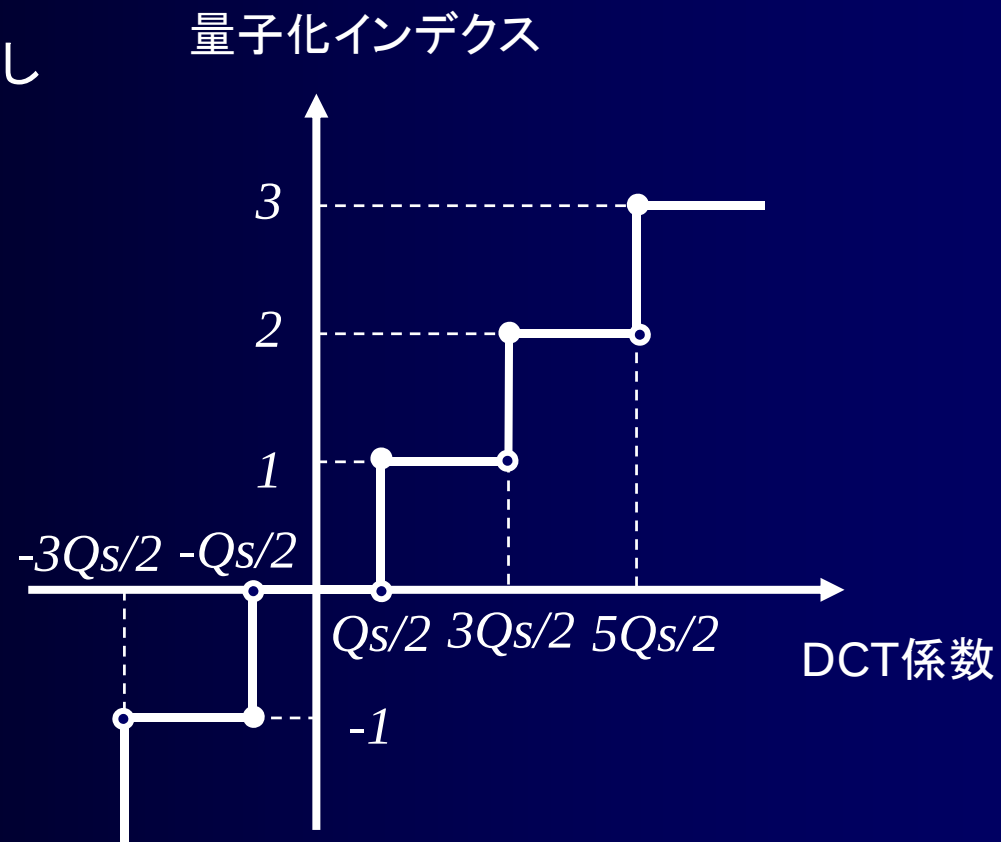
Linear Quantization

- Quantization Step d is constant (uniform quantization)



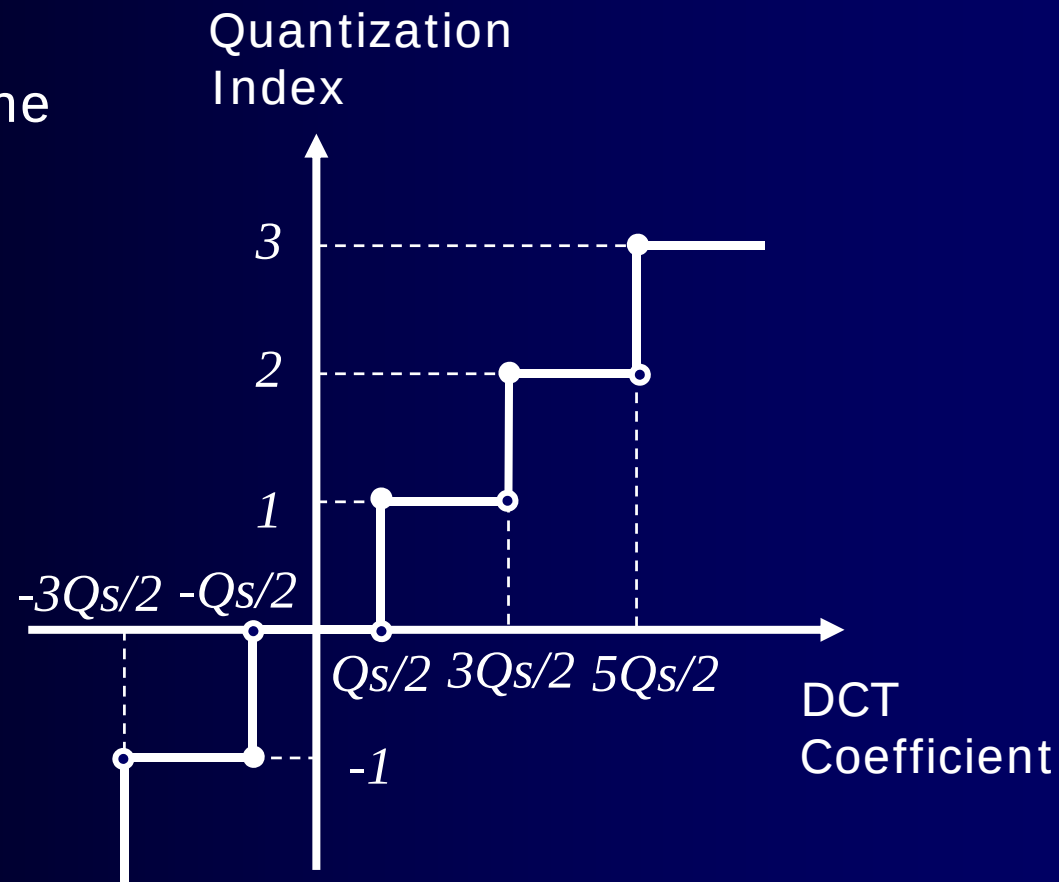
JPEG量子化

- 一様量子化
- デッドゾーンなし
- ミッドトレッド型



JPEG Quantization

- Uniform
- No dead-zone
- Mid-tread



固定長符号と可変長符号

シンボル	生起確率	固定長符号	ハフマン符号
A	0.4	000	0
B	0.2	001	100
C	0.15	010	101
D	0.1	011	110
E	0.05	100	11100
F	0.04	101	11101
G	0.03	110	11110
H	0.03	111	11111

Entropy = 2.44 bit

3 bit/symbol

2.5 bit/symbol

Fixed Length Code and Variable Length Code

Symbol	Probability	FLC	Huffman Code
A	0.4	000	0
B	0.2	001	100
C	0.15	010	101
D	0.1	011	110
E	0.05	100	11100
F	0.04	101	11101
G	0.03	110	11110
H	0.03	111	11111

Entropy = 2.44 bit

3 bit/symbol

2.5 bit/symbol

2-D VLC (1)

■ 8x8 DCT係数の計算

入力画像ブロック

40	41	40	41	42	72	73	74
41	40	40	44	78	110	110	112
40	42	41	79	111	112	112	111
40	40	43	83	110	111	111	113
51	52	56	83	110	110	111	110
72	73	83	110	111	114	110	112
110	111	110	112	112	111	110	113
112	111	112	110	110	112	114	111



DCT係数

693	-147	-15	29	9	-4	-3	-5
-142	-68	13	17	-7	-4	3	-3
-1	63	33	-13	-22	4	10	-1
-31	18	4	-10	-5	5	5	-5
-31	7	2	-2	-1	2	-1	0
-1	20	-5	-7	6	2	-3	-4
-6	3	-14	-4	6	5	-4	-4
0	10	0	1	1	-3	-4	3

2-D VLC (1)

■ Calculation of 8x8 DCT Coefficients

Input Image Block		DCT Coefficients
40 41 40 41 42 72 73 74		693 -147 -15 29 9 -4 -3 -5
41 40 40 44 78 110 110 112		-142 -68 13 17 -7 -4 3 -3
40 42 41 79 111 112 112 111		-1 63 33 -13 -22 4 10 -1
40 40 43 83 110 111 111 113	→	-31 18 4 -10 -5 5 5 -5
51 52 56 83 110 110 111 110		-31 7 2 -2 -1 2 -1 0
72 73 83 110 111 114 110 112		-1 20 -5 -7 6 2 -3 -4
110 111 110 112 112 111 110 113		-6 3 -14 -4 6 5 -4 -4
112 111 112 110 110 112 114 111		0 10 0 1 1 -3 -4 3

2-D VLC (2)

■ 量子化 (ステップ=16)

量子化DCT係数									逆DCT値(復号画像)								
696	152	0	24	0	0	0	0	0	47	43	34	34	55	80	86	76	
-136	-72	0	24	0	0	0	0	0	38	36	38	52	79	104	112	108	
0	56	40	0	-24	0	0	0	0	39	38	47	73	99	114	118	119	
-24	24	0	0	0	0	0	0	0	41	39	53	83	105	110	110	113	
-24	0	0	0	0	0	0	0	0	47	47	62	90	108	110	111	116	
0	24	0	0	0	0	0	0	0	81	81	88	100	108	110	111	114	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	111	113	110	105	103	108	112	111	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	110	115	111	99	99	112	122	122	

ジグザグスキャン

2-D VLC (2)

■ Quantization (Step=16)

Quantized DCT Coeffs.		IDCT Value (Decoded Image)
69615202400000	→	47 43 34 34 55 80 86 76
-136 -7202400000		38 36 38 52 79 104112108
056400-240000		39 38 47 73 99 114118119
-242400000000		41 39 53 83 105 110110113
-240000000000		47 47 62 90 108 110111116
024000000000		81 81 88 100 108 110111114
000000000000		111113110105103108112111
000000000000		110115111 99 99 112122122

Zigzag scanning

2-D VLC (3)

- ジグザグスキャン順での量子化値とゼロラン長

696	152	-136	0	-72	0	24	0	56	-24	-24	24	40	24
00000000	24	00	-24	00000000	...	000							

- 量子化レベル(インデクス)とゼロラン長

43	9	-8	0	-4	0	1	0	3	-1	-1	1	2	1
00000000	1	00	-1	00000000	...	000							

2-D VLC (3)

- Quantized Value and “0” Run-length by zigzag scan

696	152	-136	0	-72	0	24	0	56	-24	-24	24	40	24
00000000	24	00	-24	00000000	...	000							

- Quantized Level (Index) and “0” Run-length by zigzag scan

43	9	-8	0	-4	0	1	0	3	-1	-1	1	2	1
00000000	1	00	-1	00000000	...	000							

2-D VLC (4)

■ ゼロラン長とレベルの組み合わせ

Data #	Run	Level
1	(DC)	43
2	0	9
3	0	-8
4	1	-4
5	1	1
6	1	3
7	0	-1
8	0	-1

Data #	Run	Level
9	0	1
10	0	2
11	0	1
12	8	1
13	2	-1
14	EOB	

EOB: End of Block

2-D VLC (4)

■ Combination of Zero-Run and Level

Data #	Run	Level
1	(DC)	43
2	0	9
3	0	-8
4	1	-4
5	1	1
6	1	3
7	0	-1
8	0	-1

Data #	Run	Level
9	0	1
10	0	2
11	0	1
12	8	1
13	2	-1
14	EOB	

EOB: End of Block

2-D VLC (5)

- DC成分の符号化: 8bit 固定長符号化
 - $43 = 32 + 8 + 2 + 1 = \text{"0010 1011"}$
- (ラン, レベル): ハフマン符号化
 - $(0, 9) = \text{"0000 0001 1000 0"}$
 - $(0, -8) = \text{"0000 0001 1101 1"}$
 - $(1, -4) = \text{"0000 0011 00 1"}$
 - $(1, 1) = \text{"011 0"}$
 - $(1, 3) = \text{"0010 0101 0"}$
 - $(0, -1) = \text{"11 1"}$
 - $(0, -1) = \text{"11 1"}$
 - $(0, 1) = \text{"11 0"}$

2-D VLC (5)

- DC Component: 8bit FLC
 - $43 = 32 + 8 + 2 + 1 = \text{"0010 1011"}$
- (Run, Level): Huffman Coding
 - $(0, 9) = \text{"0000 0001 1000 0"}$
 - $(0, -8) = \text{"0000 0001 1101 1"}$
 - $(1, -4) = \text{"0000 0011 00 1"}$
 - $(1, 1) = \text{"011 0"}$
 - $(1, 3) = \text{"0010 0101 0"}$
 - $(0, -1) = \text{"11 1"}$
 - $(0, -1) = \text{"11 1"}$
 - $(0, 1) = \text{"11 0"}$

2-D VLC (6)

- (ラン, レベル): ハフマン符号化
 - (0,2) = “0100 0”
 - (0,1) = “11 0”
 - (0,1) = “11 0”
 - (8,1) = “0000 111 0”
 - (2,-1) = “0101 1”
 - EOB = “10”

2-D VLC (6)

- (Run, Level): Huffman Coding
 - (0,2) = “0100 0”
 - (0,1) = “11 0”
 - (0,1) = “11 0”
 - (8,1) = “0000 111 0”
 - (2,-1) = “0101 1”
 - EOB = “10”

2-D VLC (7)

■ H.261 2-D VLCにおける符号長

		Level															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	... 127
RUN	0	2	5	6	8	9	9	11	13	13	13	13	14	14	14	14	
	1	4	7	9	11	13	14	14									
	2	5	8	11	13	14											
	3	6	9	13	14												
	4	6	11	13													
	5	7	11	14													
	6	7	13														
	7	7	13														
	8	8	13														
	9	8	14														
	10	9	14														
	11	9															
	12	9															

Run 6 bit (FLC) + Level 8 bit (FLC)

2-D VLC (7)

■ Code length of H.261 2-D VLC

		Level															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	... 127
RUN	0	2	5	6	8	9	9	11	13	13	13	13	14	14	14	14	
	1	4	7	9	11	13	14	14									
	2	5	8	11	13	14											
	3	6	9	13	14												
	4	6	11	13													
	5	7	11	14													
	6	7	13														
	7	7	13														
	8	8	13														
	9	8	14														
	10	9	14														
	11	9															
	12	9															

Run 6 bit (FLC) + Level 8 bit (FLC)

2-D VLC (8)

		Level															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	... 127
RUN	13	9	Run 6 bit (FLC) + Level 8 bit (FLC)														
	14	11															
	15	11															
	16	11															
	17	13															
	:	:	Escape 6 bit (VLC) EOB 2 bit (VLC)														
	21	13															
	22	14															
	:	:															
	26	14															
	:																
	63																

2-D VLC (8)

		Level															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	... 127
RUN	13	9															
	14	11															
	15	11															
	16	11															
	17	13															
	:	:															
	21	13															
	22	14															
	:	:															
	26	14															
	:																
	63																

Run 6 bit (FLC) + Level 8 bit (FLC)

Escape 6 bit (VLC)
EOB 2 bit (VLC)

JPEG2000

- ウェーブレットを基礎とした画像符号化
 - ー 静止画では良好な画像品質
 - ー 動画ではちらつく雑音が観測される ([sample](#))
 - [Motion JPEG \(DCT\)](#), [Noise](#)
 - [Motion JPEG2000 \(Wavelet\)](#), [Noise](#)

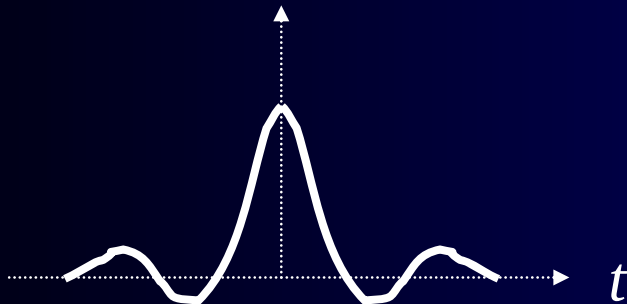
JPEG2000

- Wavelet based image coding
 - Good picture quality for still images
 - Wavy noise (flicker artifact) for video ([sample](#))
 - [Motion JPEG \(DCT\)](#), [Noise](#)
 - [Motion JPEG2000 \(Wavelet\)](#), [Noise](#)

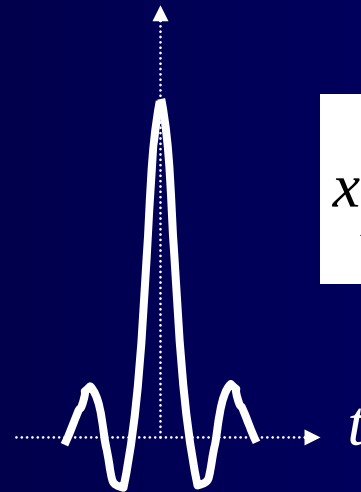
ウェーブレット (1)

■ 伸長パラメータによる信号変換

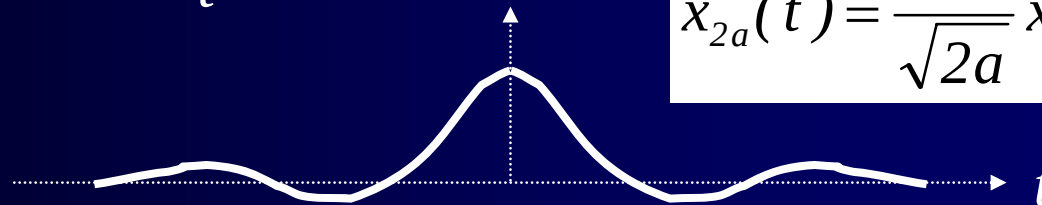
$$x_a(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} x\left(\frac{t}{a}\right)$$



$$x_{\frac{a}{2}}(t) = \sqrt{\frac{2}{a}} x\left(\frac{2t}{a}\right)$$



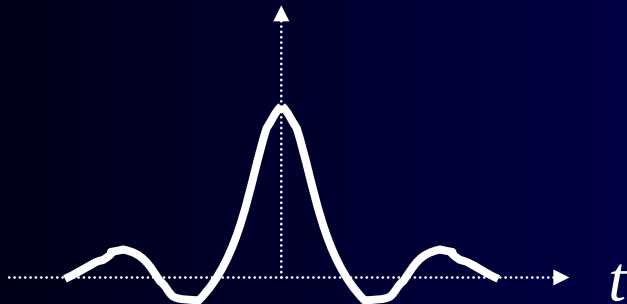
$$x_{2a}(t) = \frac{1}{\sqrt{2a}} x\left(\frac{t}{2a}\right)$$



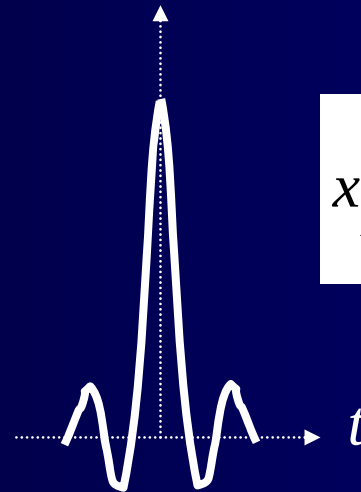
Wavelet (1)

- Signal variation by dilation

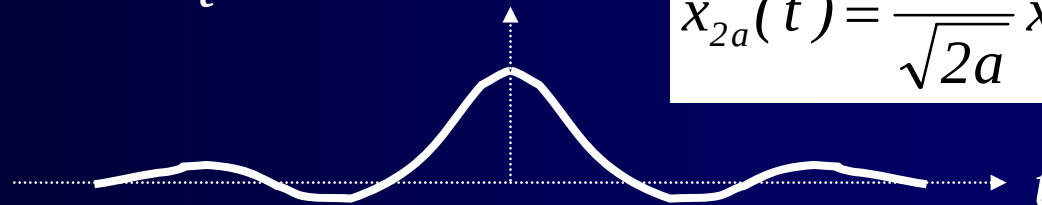
$$x_a(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} x\left(\frac{t}{a}\right)$$



$$x_{\frac{a}{2}}(t) = \sqrt{\frac{2}{a}} x\left(\frac{2t}{a}\right)$$

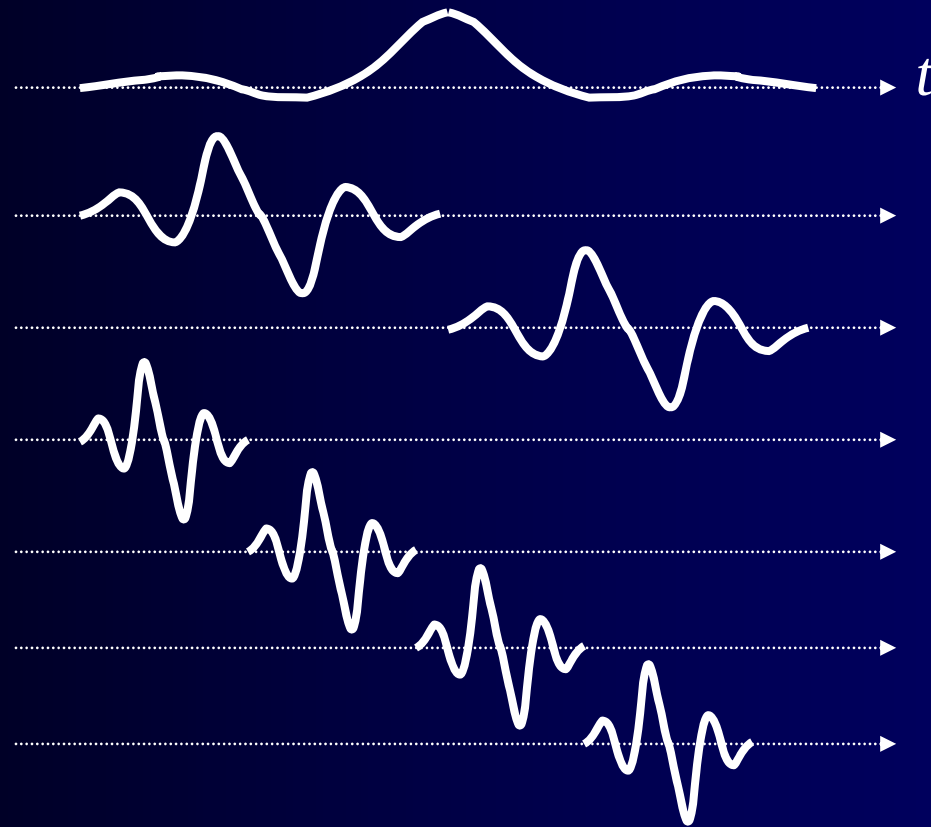


$$x_{2a}(t) = \frac{1}{\sqrt{2a}} x\left(\frac{t}{2a}\right)$$



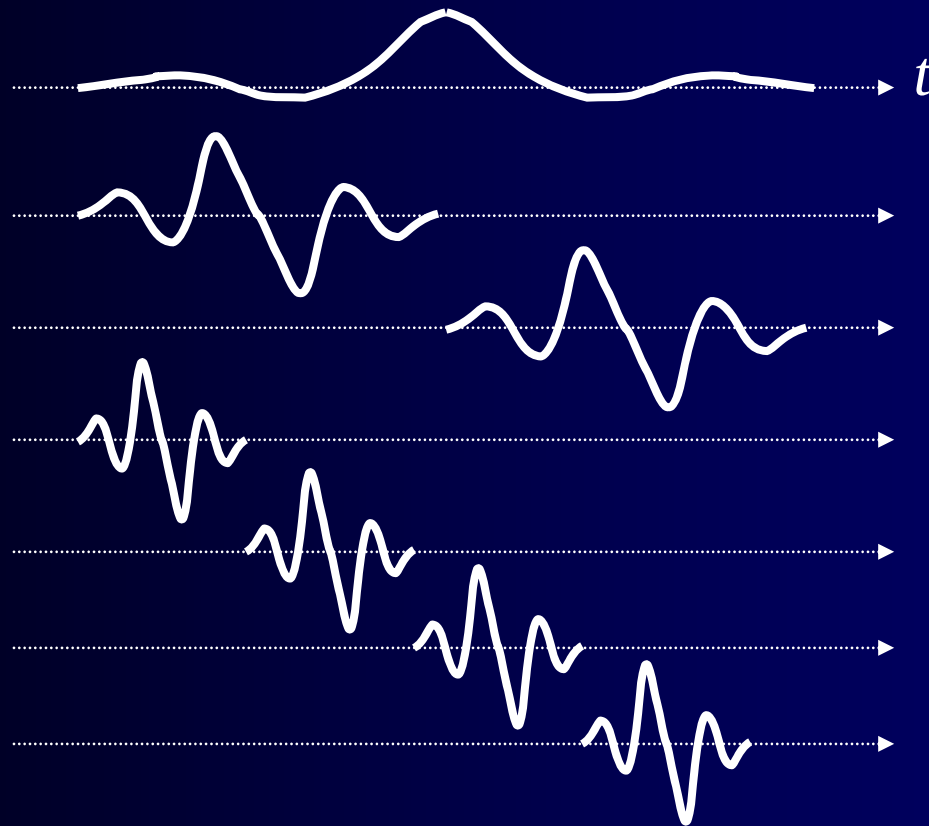
ウェーブレット (2)

- シフトパラメータにより直交基底を構成できる



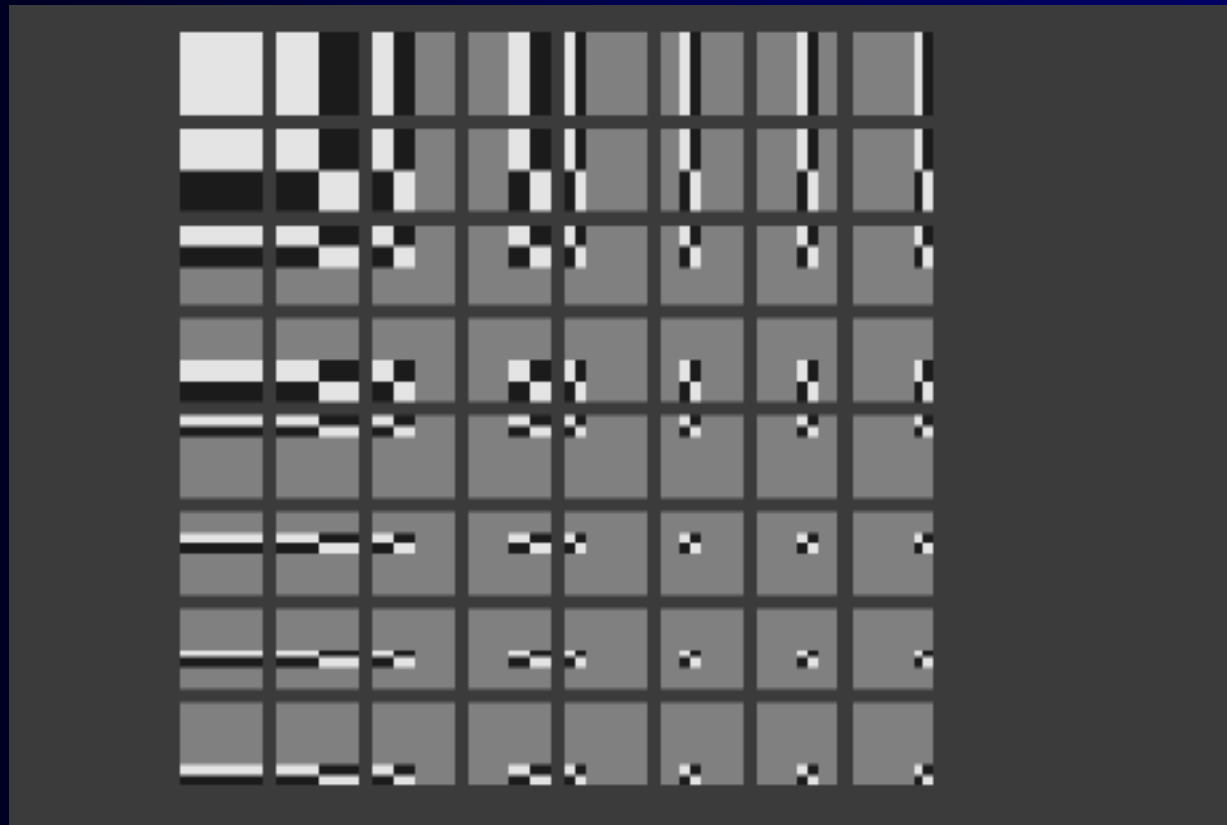
Wavelet (2)

- Create orthogonal basis using Translation parameter



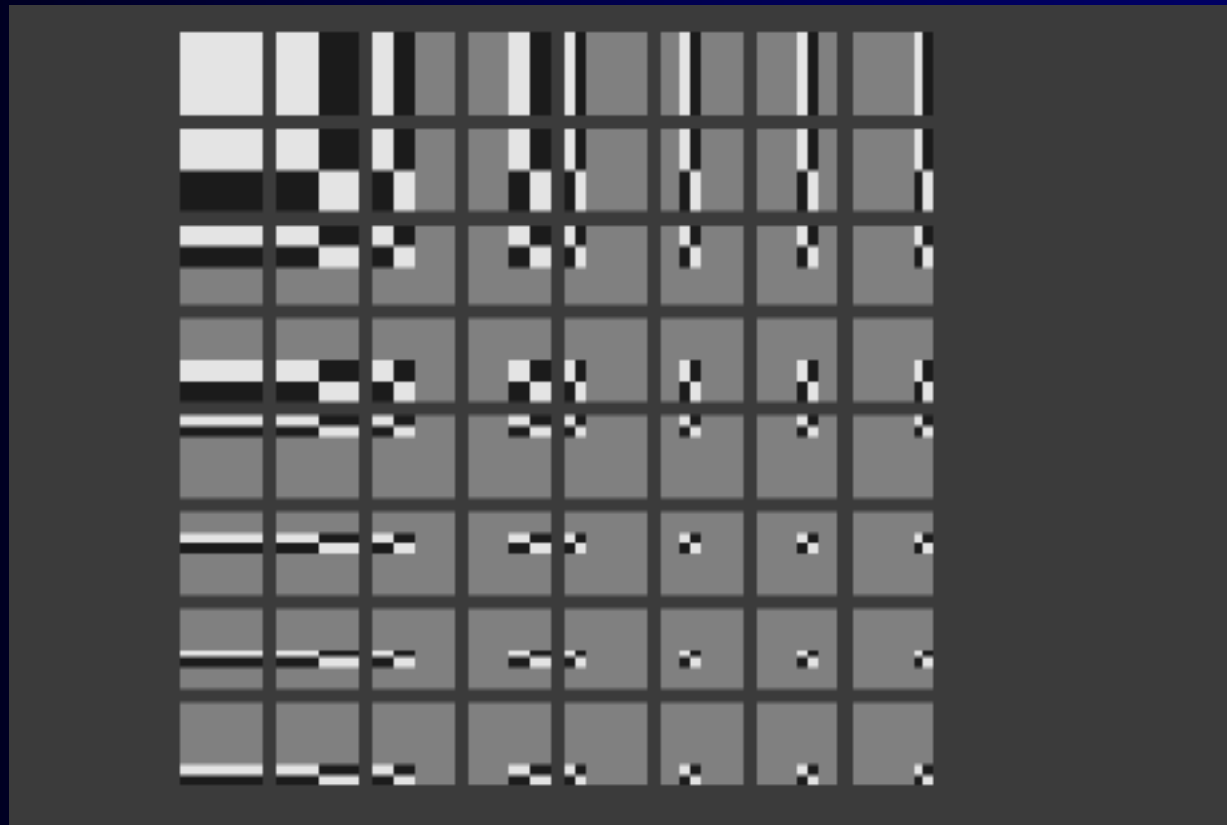
ハール変換基底

■ 8x8ハール変換基底



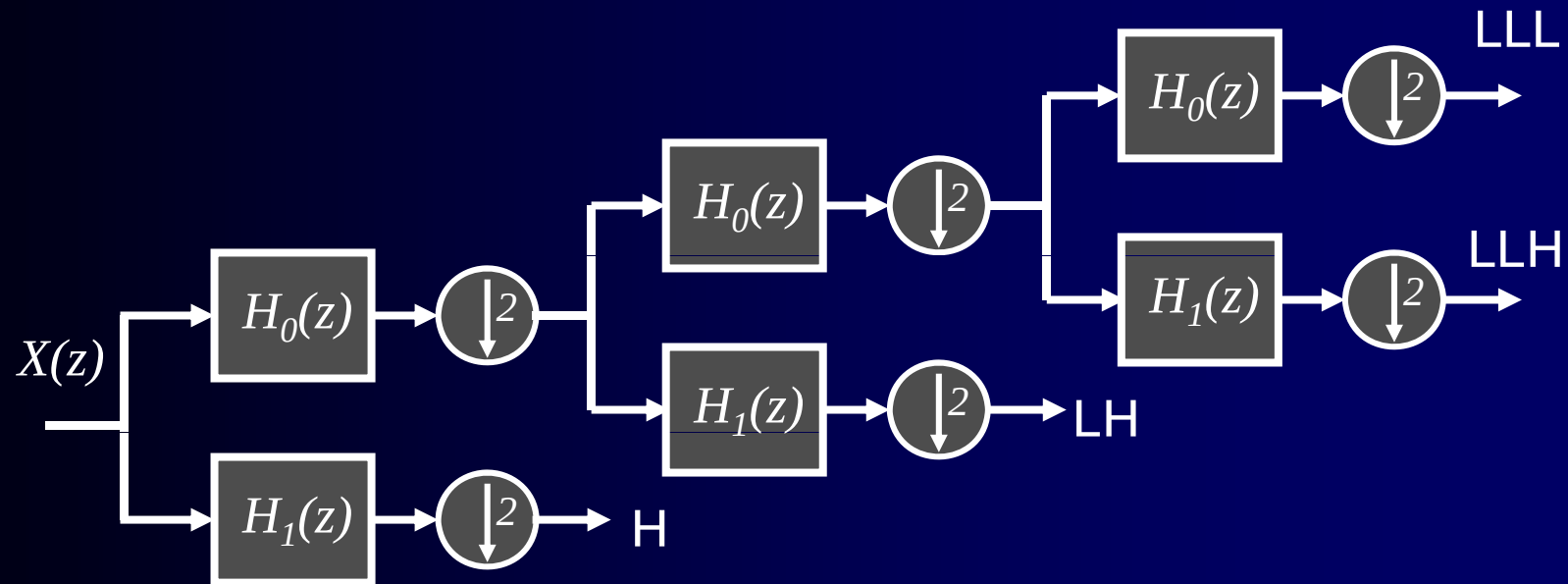
Harr Transform Basis

- 8x8 Harr transform basis



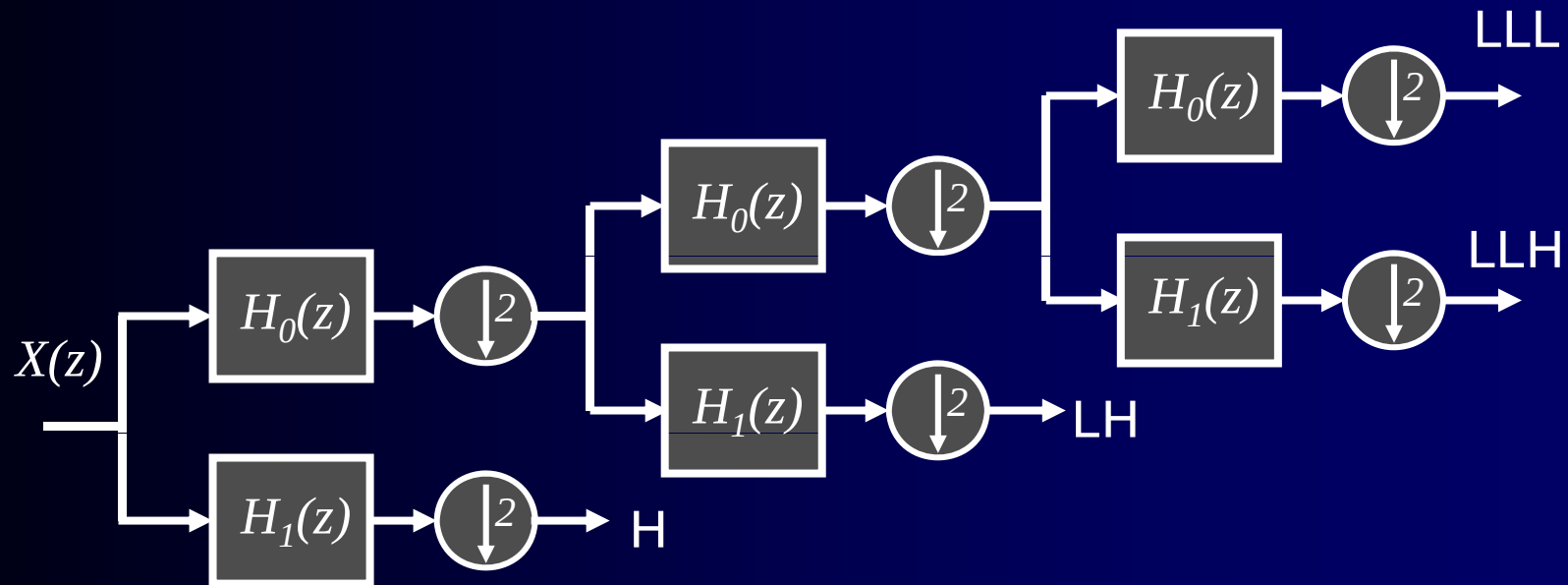
オクターブ分割

- 2分木4バンドフィルタバンク構造



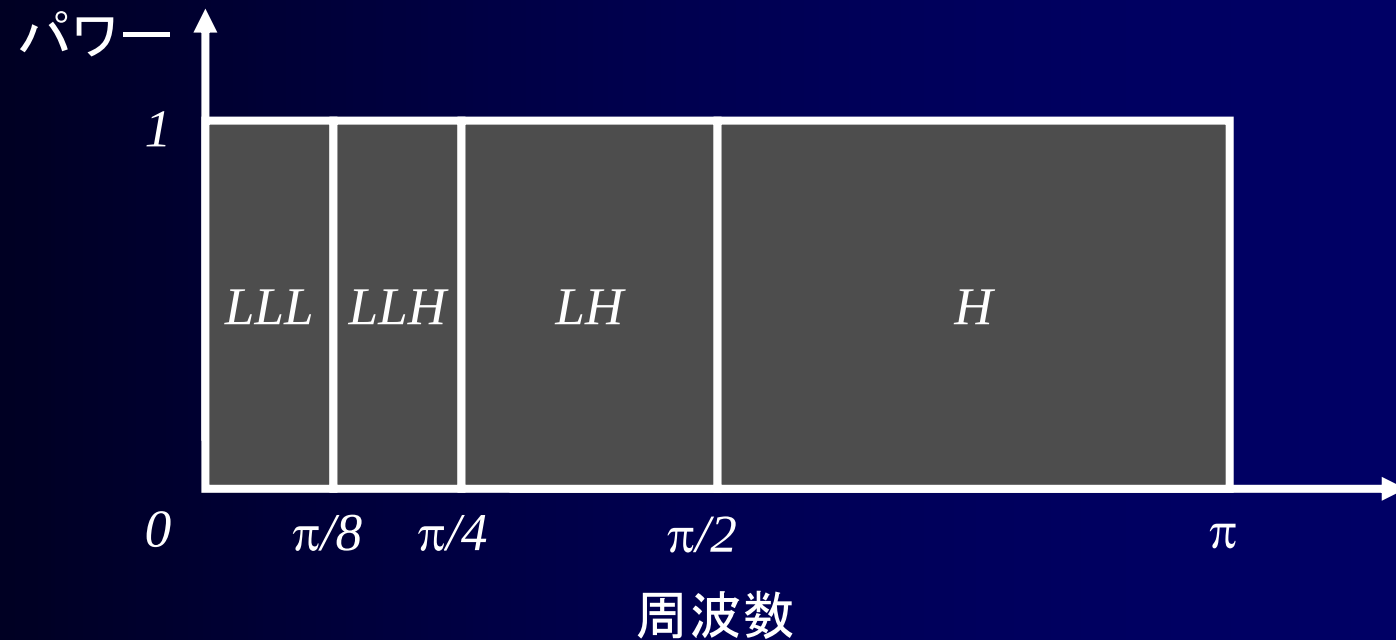
Octave Splitting

- 4-band (dyadic) filterbank structure



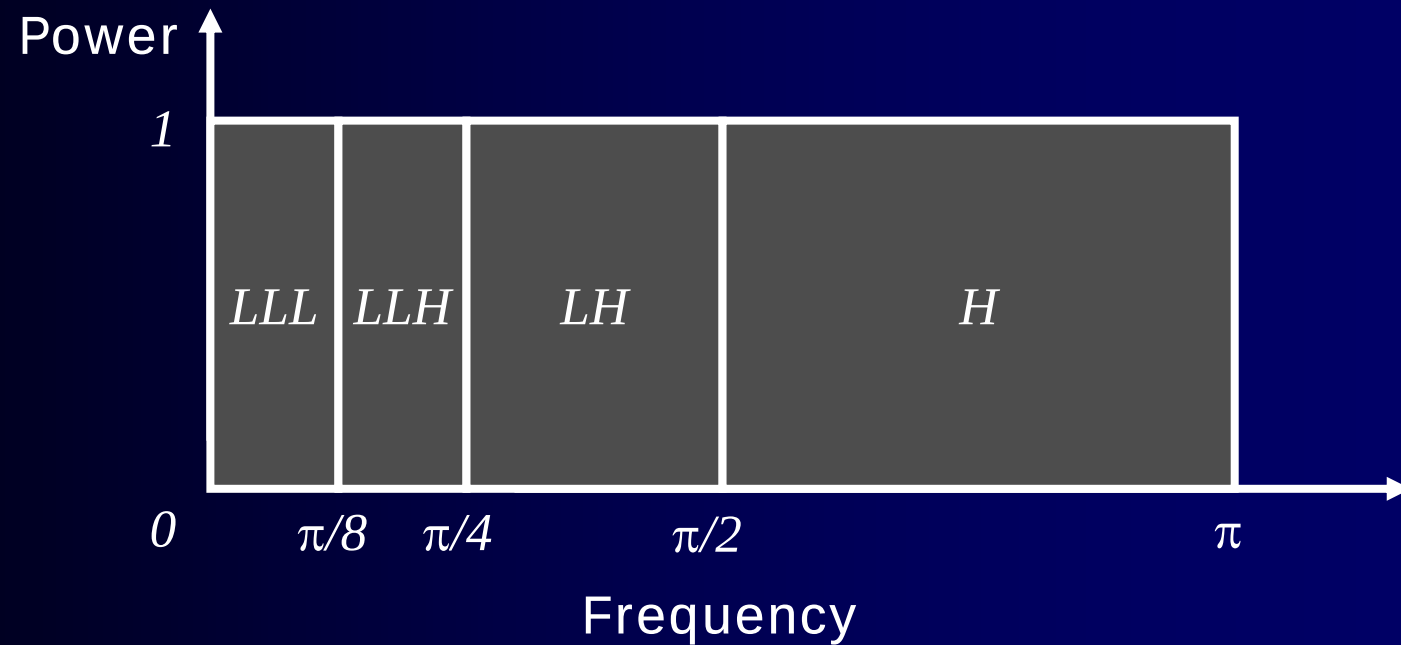
オクターブ分割 (2)

- 理想オクターブ分割の場合の周波数特性(2分木4バンド)

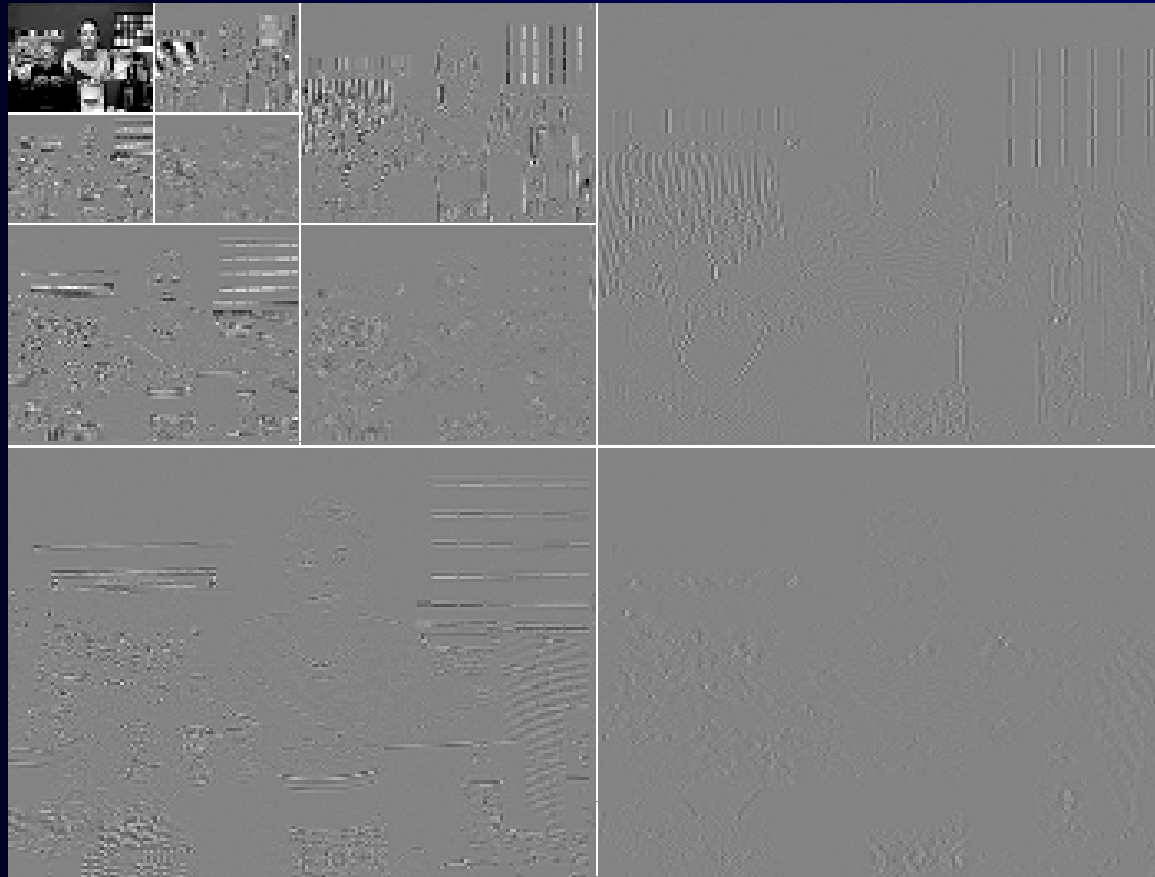


Octave Splitting (2)

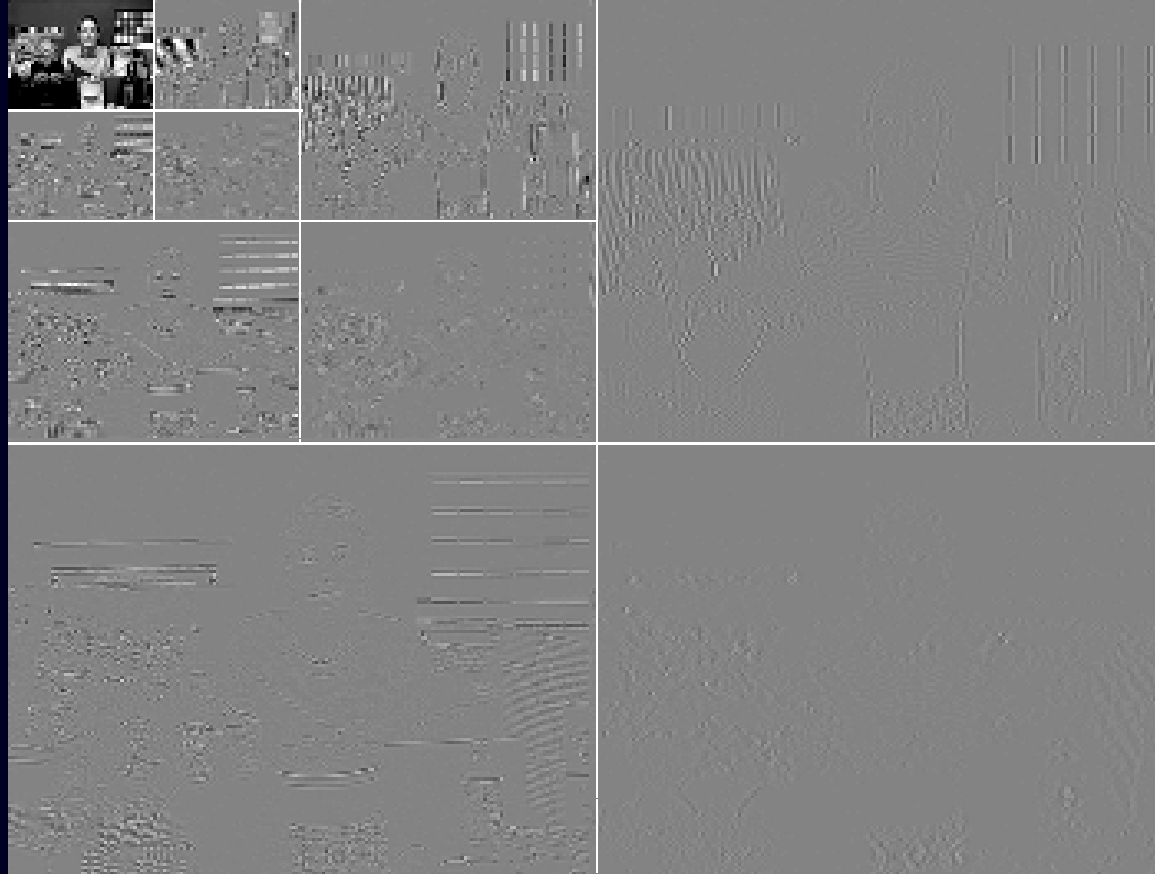
- Frequency responses of ideal octave splitting filterbank (4-band dyadic)



ウェーブレット変換画像



Wavelet Transform Image

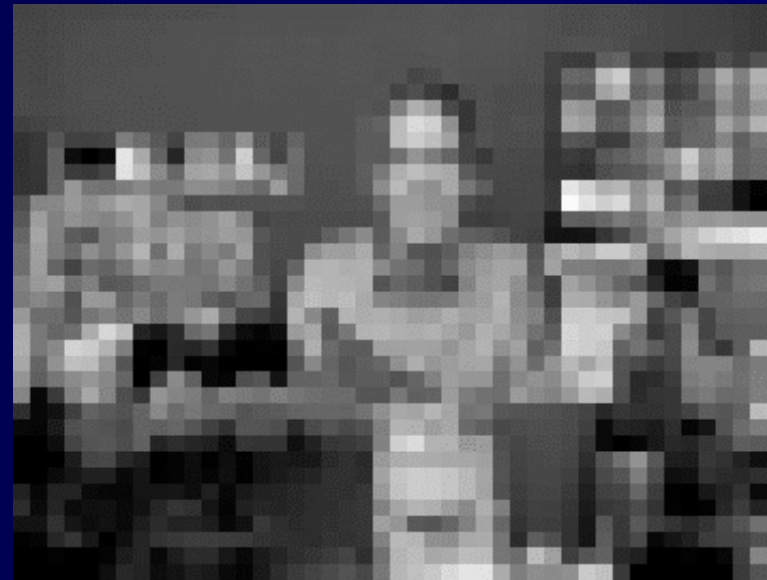


ウェーブレット変換画像 (2)

- 離散ウェーブレット変換(DWT)および離散コサイン変換(DCT)の最低次係数による再生画像の比較



DWT



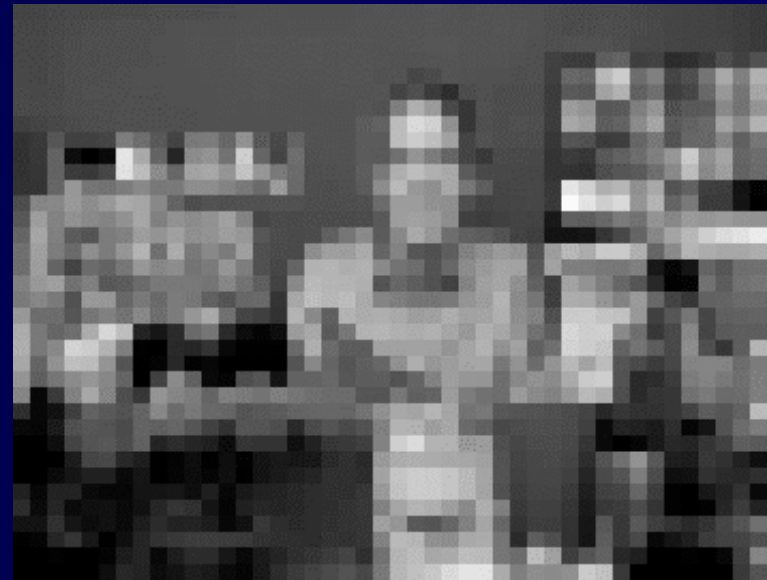
DCT

Wavelet Transform Image (2)

- The lowest frequency component of DWT and DCT (1/64)



DWT

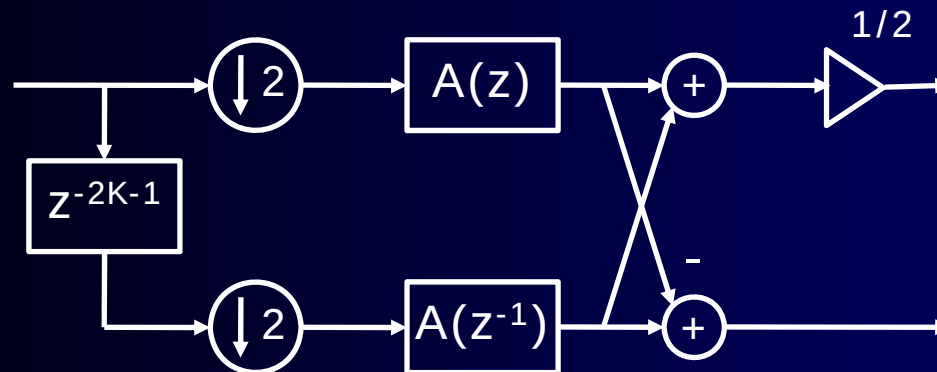


DCT

オールパスフィルタによる実現

- オールパスフィルタ $A(z)$ によるLPFとHPF

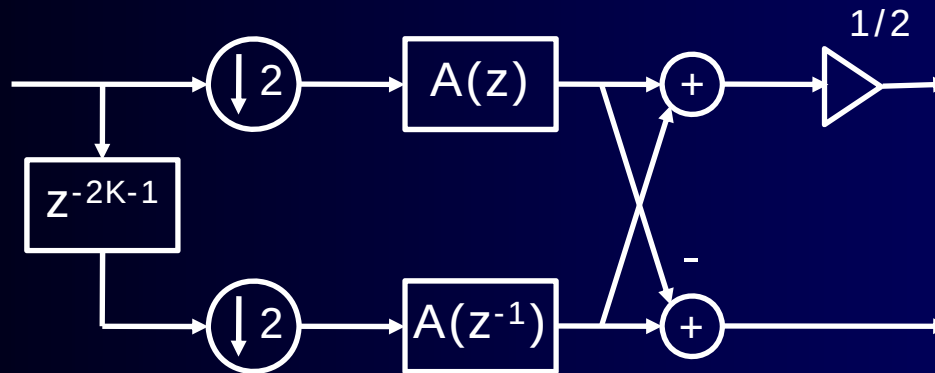
$$H_0(z) = \frac{\sqrt{2}}{2} \{z^{-2K-1} A(z^{-2}) + A(z^2)\}$$
$$H_1(z) = \frac{\sqrt{2}}{2} \{z^{-2K-1} A(z^{-2}) - A(z^2)\}$$



Representation by All Pass Filter

- LPF, HPF are created by all pass filter $A(z)$

$$H_0(z) = \frac{\sqrt{2}}{2} \{z^{-2K-1} A(z^{-2}) + A(z^2)\}$$
$$H_1(z) = \frac{\sqrt{2}}{2} \{z^{-2K-1} A(z^{-2}) - A(z^2)\}$$



オールパスフィルタ

- 次数N次のオールパスフィルタ

$$A(z) = z^{-N} \frac{\sum_{n=0}^N a_n z^n}{\sum_{n=0}^N a_n z^{-n}}$$

- 周波数特性

$$A(e^{j\theta}) = z^{-jN\omega} \frac{\sum_{n=0}^N a_n \{\cos(n\omega) + j \sin(n\omega)\}}{\sum_{n=0}^N a_n \{\cos(n\omega) - j \sin(n\omega)\}}$$

$$\theta(\omega) = -N\omega + 2 \tan^{-1} \frac{\sum_{n=0}^N a_n \sin(n\omega)}{\sum_{n=0}^N a_n \cos(n\omega)}$$

All Pass Filter

- N-th order all pass filter $A(z)$

$$A(z) = z^{-N} \frac{\sum_{n=0}^N a_n z^n}{\sum_{n=0}^N a_n z^{-n}}$$

- Frequency responses

$$A(e^{j\theta}) = z^{-jN\omega} \frac{\sum_{n=0}^N a_n \{\cos(n\omega) + j \sin(n\omega)\}}{\sum_{n=0}^N a_n \{\cos(n\omega) - j \sin(n\omega)\}}$$

$$\theta(\omega) = -N\omega + 2 \tan^{-1} \frac{\sum_{n=0}^N a_n \sin(n\omega)}{\sum_{n=0}^N a_n \cos(n\omega)}$$

オールパスフィルタ (2)

- LPF, HPFの周波数特性は直線位相

$$H_0(e^{j\omega}) = \sqrt{2}^{-j(k+\frac{1}{2})} \cos\left[\theta(2\omega) + (k + \frac{1}{2})\omega\right]$$
$$H_1(e^{j\omega}) = \sqrt{2}^{-j(k+\frac{1}{2})} \sin\left[\theta(2\omega) + (k + \frac{1}{2})\omega\right]$$

- 振幅は直交

$$|H_0(e^{j\omega})|^2 + |H_1(e^{j\omega})|^2 = 2$$

All Pass Filter (2)

- Frequency Characteristics of LPF, HPF are linear phase

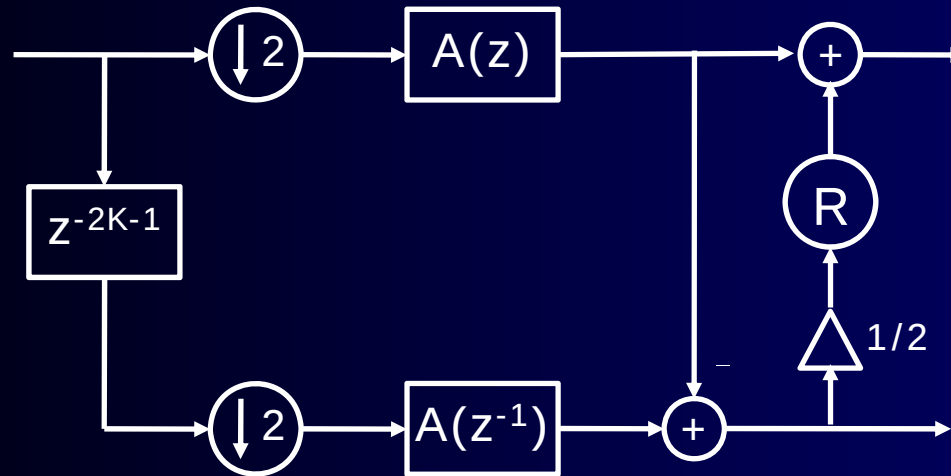
$$\begin{aligned} H_0(e^{j\omega}) &= \sqrt{2}^{-j(k+\frac{1}{2})} \cos\left[\theta(2\omega) + (k + \frac{1}{2})\omega\right] \\ H_1(e^{j\omega}) &= \sqrt{2}^{-j(k+\frac{1}{2})} \sin\left[\theta(2\omega) + (k + \frac{1}{2})\omega\right] \end{aligned}$$

- Amplitudes are in an orthogonal relation

$$|H_0(e^{j\omega})|^2 + |H_1(e^{j\omega})|^2 = 2$$

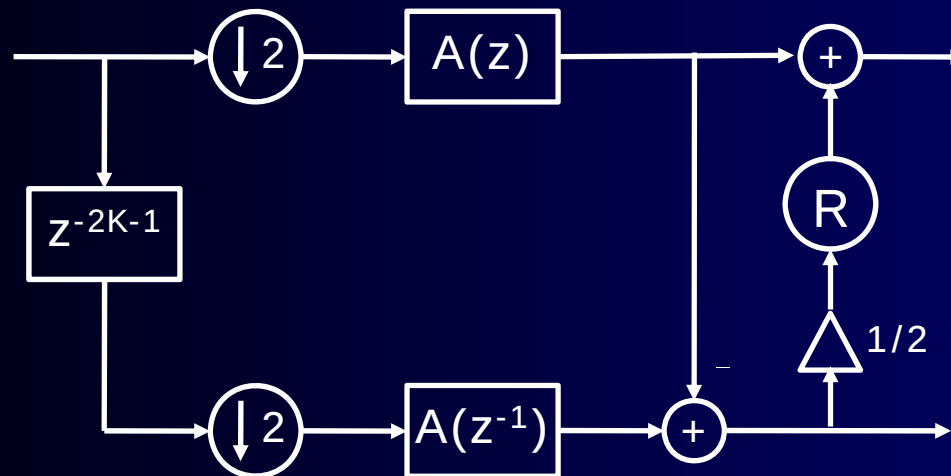
リフティングによる実現

■ リフティング(R)による整数化処理



Representation by Lifting

- Integer operation by (R)



問題

- S変換($y(1) = (a+b)/2$, $y(2) = a-b$)を以下の2次元データに適用せよ.

128	132	134	141
126	128	130	135
120	125	128	133
125	130	134	131

Quiz

- Apply S-transform ($y(1)=(a+b)/2$, $y(2)=a-b$) to the 2-dimensional data below.

128	132	134	141
126	128	130	135
120	125	128	133
125	130	134	131