

マルチメディア配信システム

- No.8 画像符号化標準 -

渡辺 裕

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

1

Multimedia Distribution System

- No.8 Image Coding Standard -

Hiroshi Watanabe

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

2

画像符号化標準

■ グラフィクス(限定色)

- GIF
- PNG

■ 2値画像

- JBIG

■ 自然画像

- JPEG
- JPEG2000

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

3

Image Coding Standard

■ Graphics (Limited Color)

- GIF
- PNG

■ Binary Image

- JBIG

■ Natural Image

- JPEG
- JPEG2000

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

4

GIF

■ グラフィクス交換フォーマット

- コンピューサーブで使われた
- 256色以下の可逆符号化
- LZW圧縮技術
- GIF87a, GIF89a

■ LZW

- Lempel-Ziv-Welch
- 辞書型のユニバーサル符号化
- ユニシス特許問題 1984-2004

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

5

GIF

■ Graphics Interchange Format

- CompuServe
- Lossless coding for 256 colors or less
- LZW compression
- GIF87a, GIF89a

■ LZW

- Lempel-Ziv-Welch
- Dictionary type compression
- Patented 1984-2004

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

6

PNG

- ポータブルネットワークグラフィクス
 - ISO/IEC JTC1/SC24で作成された標準
 - 8-24ビットカラーの可逆符号化
 - Deflate圧縮技術を使用
 - ISO/IEC 15948:2003
- Deflate
 - LZ77 + 動的ハフマン符号
 - 位置と長さ情報が分類されて符号化
 - IETF RFC1951

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

7

PNG

- Portable Network Graphics
 - ISO/IEC JTC1/SC24
 - Lossless for 8-24 bit colors
 - Deflate compression technology
 - ISO/IEC 15948:2003
- Deflate
 - LZ77 + Dynamic Huffman
 - Location and length are categorized
 - IETF RFC1951

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

8

JBIG

- Joint Bi-level Image Experts Group
 - ISO/IEC JTC1/SC29/WG1 で作成された標準
 - 二値画像が対象(白黒画像)
 - マルコフモデル + QM符号化器
 - ISO/IEC 11544
- QM coder
 - マルコフモデル
 - 算術符号化
 - LPS: 2^{-Q}

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

9

JBIG

- Joint Bi-level Image Experts Group
 - ISO/IEC JTC1/SC29/WG1
 - Bi-level image (black/white)
 - Markov model + QM coder
 - ISO/IEC 11544
- QM coder
 - Markov model
 - Arithmetic coding
 - LPS: 2^{-Q}

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

10

JPEG

- Joint Photographic Experts Group
 - ISO/IEC JTC1/SC29/WG1 で作成
 - 静止画像(RGB各8ビットの24ビットカラー画像)
 - 非可逆符号化/可逆符号化
 - 離散コサイン変換(DCT) + ハフマン符号化/QM符号化
 - ISO/IEC 10918: 1994 | ITU-T Rec. T-81
- 離散コサイン変換
 - 8x8 DCT, 線形量子化, 重み行列
 - ジグザグスキャン, 2次元ハフマン符号化
 - 算術符号(QM coder)はオプション

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

11

JPEG

- Joint Photographic Experts Group
 - ISO/IEC JTC1/SC29/WG1
 - Still Image
 - Lossy coding/lossless coding
 - DCT + Huffman/QM coder
 - ISO/IEC 10918: 1994 | ITU-T Rec. T-81
- DCT
 - 8x8 DCT, linear quantization, weight matrix
 - Zigzag scan, 2D-Huffman coding
 - Option: QM coder

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

12

JPEG 2000

- Joint Photographic Experts Group
 - ISO/IEC JTC1/SC29/WG1 で作成
 - 静止画像(RGB各8ビットの24ビットカラー画像)
 - 非可逆から可逆まで連続的に導出可能な符号化
 - ウェーブレット + EBCOT(算術符号化)
 - ISO/IEC 15444: 2000
- ウェーブレット
 - リフティング, 線形量子化
 - EBCOT(Embedded Block Coding with Optimized Truncation), 複数コンテキストの算術符号化(MQ-coder)

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

13

JPEG 2000

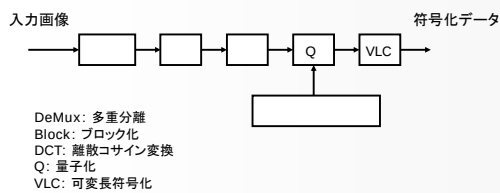
- Joint Photographic Experts Group
 - ISO/IEC JTC1/SC29/WG1
 - Still Image(RGB各8ビットの24ビットカラー画像)
 - From lossy to lossless
 - Wavelet + EBCOT(Arithmetic coding)
 - ISO/IEC 15444: 2000
- Wavelet
 - Lifting scheme, linear quantizer
 - EBCOT(Embedded Block Coding with Optimized Truncation), multi-context arithmetic coding(MQ-coder)

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

14

静止画像符号化方式

■ 符号化器の構成

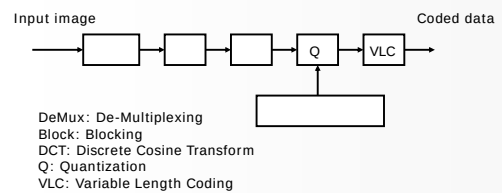


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

15

Still Image Coding Scheme

■ Encoder Structure



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

16

色信号処理

- カラー静止画
 - 光の3原色
 - RGB (R:Red, G:Green, B:Blue)
- CCIR Rec.601 (ITU-R 601)
 - YCbCr (Y:Luminance, Cb,Cr:Chrominance)

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

17

Color Signal Processing

- Color Still Picture
 - three primary colors for light
 - RGB (R:Red, G:Green, B:Blue)
- CCIR Rec.601 (ITU-R 601)
 - YCbCr (Y:Luminance, Cb,Cr:Chrominance)

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

18

信号変換

■ RGB to YCbCr

$$\begin{aligned} Y &= 0.229R + 0.587G + 0.114B \\ Cb &= -0.170R - 0.331G + 0.500B + 128 \\ Cr &= 0.500R - 0.419G - 0.081B + 128 \end{aligned}$$

■ YCbCr to RGB

$$\begin{aligned} R &= Y + 1.402(Cr - 128) \\ G &= Y - 0.344(Cb - 128) - 0.714(Cr - 128) \\ B &= Y + 1.772(Cb - 128) \end{aligned}$$

Signal Conversion

■ RGB to YCbCr

$$\begin{aligned} Y &= 0.229R + 0.587G + 0.114B \\ Cb &= -0.170R - 0.331G + 0.500B + 128 \\ Cr &= 0.500R - 0.419G - 0.081B + 128 \end{aligned}$$

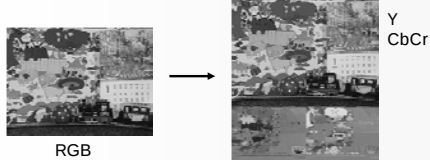
■ YCbCr to RGB

$$\begin{aligned} R &= Y + 1.402(Cr - 128) \\ G &= Y - 0.344(Cb - 128) - 0.714(Cr - 128) \\ B &= Y + 1.772(Cb - 128) \end{aligned}$$

視覚特性

■ HVS (視覚特性)

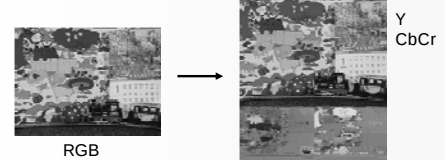
- 色差信号より輝度信号に対して敏感
- 色差信号を間引きサンプリング
- 典型的な例は、YCbCr形式において 色差信号CbCrを水平垂直にサブサンプリング



HVS

■ HVS (Human Vision System)

- Sensitive to luminance change than chrominance
- Down sampling to chrominance signal
- Example of vertical and horizontal sub-sampling of CbCr at YCbCr format



離散コサイン変換 (DCT)

■ N点DCT ... 信号 $x(n)$, 変換係数 $X(k)$

$$\begin{aligned} X(k) &= \sqrt{\frac{2}{N}} C(k) \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (k=0, \dots, N-1) \\ x(n) &= \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} C(k) X(k) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (n=0, \dots, N-1) \end{aligned}$$

ここに,

$$C(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (k=0) \\ 1 & (k \neq 0) \end{cases}$$

Discrete Cosine Transform (DCT)

■ N point DCT ... Signal $x(n)$, Coefficient $X(k)$

$$\begin{aligned} X(k) &= \sqrt{\frac{2}{N}} C(k) \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (k=0, \dots, N-1) \\ x(n) &= \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} C(k) X(k) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (n=0, \dots, N-1) \end{aligned}$$

where,

$$C(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (k=0) \\ 1 & (k \neq 0) \end{cases}$$

8x8DCT

- 8x8点2次元DCT ... 信号 $x(n,m)$, 変換係数 $X(u,v)$

$$X(u,v) = \frac{1}{4} C(u)C(v) \sum_{n=0}^7 \sum_{m=0}^7 x(n,m) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right)$$

$$x(n,m) = \frac{1}{4} \sum_{u=0}^7 \sum_{v=0}^7 C(u)C(v) X(u,v) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right)$$

ここに,

$$C(u), C(v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (u=0, v=0) \\ 1 & (u \neq 0, v \neq 0) \end{cases}$$

8x8DCT

- 8x8 point 2-D DCT ... Signal $x(n,m)$, Coefficient $X(u,v)$

$$X(u,v) = \frac{1}{4} C(u)C(v) \sum_{n=0}^7 \sum_{m=0}^7 x(n,m) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right)$$

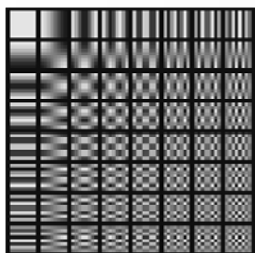
$$x(n,m) = \frac{1}{4} \sum_{u=0}^7 \sum_{v=0}^7 C(u)C(v) X(u,v) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right)$$

where,

$$C(u), C(v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (u=0, v=0) \\ 1 & (u \neq 0, v \neq 0) \end{cases}$$

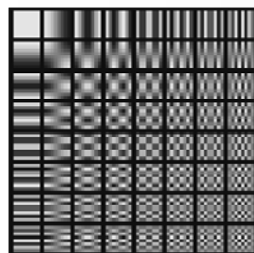
基底画像

- 8x8離散コサイン変換の基底画像

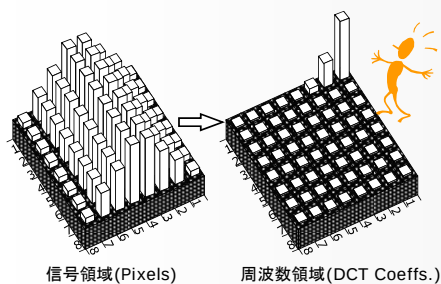


Basis Image

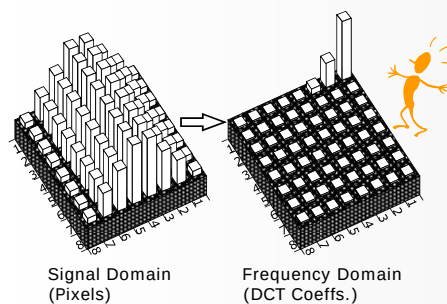
- Basis Image of 8x8DCT



DCTの特性



Characteristics of DCT



Lenna by JPEG Compression



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

31

JPEG圧縮によるLenna画像

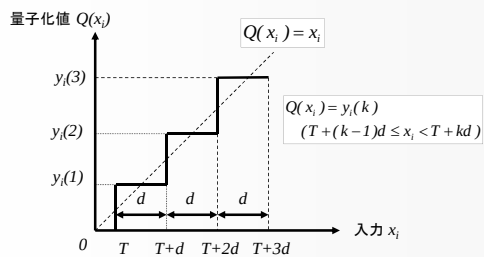


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

32

線形量子化

- 量子化ステップ d は一定値 (一様量子化)

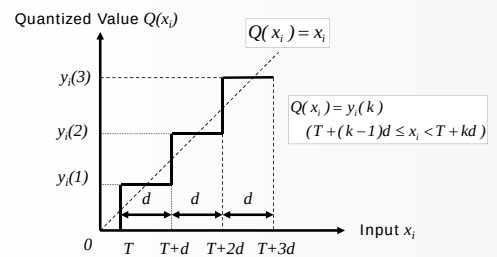


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

33

Linear Quantization

- Quantization Step d is constant (uniform quantization)

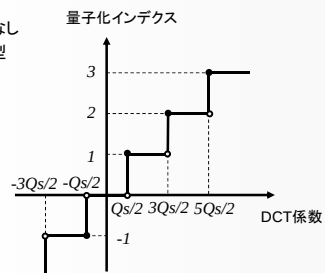


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

34

JPEG量子化

- 一様量子化
- デッドゾーンなし
- ミッドトレッド型

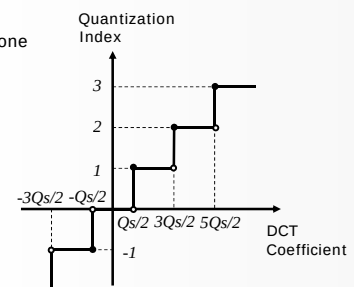


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

35

JPEG Quantization

- Uniform
- No dead-zone
- Mid-tread



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

36

固定長符号と可変長符号

シンボル	生起確率	固定長符号	ハフマン符号
A	0.4	000	0
B	0.2	001	100
C	0.15	010	101
D	0.1	011	110
E	0.05	100	11100
F	0.04	101	11101
G	0.03	110	11110
H	0.03	111	11111

Entropy = 2.44 bit 3 bit/symbol 2.5 bit/symbol

Fixed Length Code and Variable Length Code

Symbol	Probability	FLC	Huffman Code
A	0.4	000	0
B	0.2	001	100
C	0.15	010	101
D	0.1	011	110
E	0.05	100	11100
F	0.04	101	11101
G	0.03	110	11110
H	0.03	111	11111

Entropy = 2.44 bit 3 bit/symbol 2.5 bit/symbol

2-D VLC (1)

■ 8x8 DCT係数の計算

入力画像ブロック	DCT係数
40 41 40 41 42 72 73 74	693-147-15 29 9 -4 -3 -5
41 40 40 44 78 110 110 112	-142 -68 13 17 -7 -4 3 -3
40 42 41 79 111 112 112 111	-1 63 33 -13 -22 4 10 -1
40 40 43 83 110 111 111 113	-31 18 4 -10 -5 5 5 -5
51 52 56 83 110 110 111 110	-31 7 2 -2 -1 2 -1 0
72 73 83 110 111 114 110 112	-1 20 -5 -7 6 2 -3 -4
110 111 110 112 112 111 110 113	-6 3 -14 -4 6 5 -4 -4
112 111 112 110 110 112 114 111	0 10 0 1 1 -3 -4 3

2-D VLC (1)

■ Calculation of 8x8 DCT Coefficients

Input Image Block	DCT Coefficients
40 41 40 41 42 72 73 74	693-147-15 29 9 -4 -3 -5
41 40 40 44 78 110 110 112	-142 -68 13 17 -7 -4 3 -3
40 42 41 79 111 112 112 111	-1 63 33 -13 -22 4 10 -1
40 40 43 83 110 111 111 113	-31 18 4 -10 -5 5 5 -5
51 52 56 83 110 110 111 110	-31 7 2 -2 -1 2 -1 0
72 73 83 110 111 114 110 112	-1 20 -5 -7 6 2 -3 -4
110 111 110 112 112 111 110 113	-6 3 -14 -4 6 5 -4 -4
112 111 112 110 110 112 114 111	0 10 0 1 1 -3 -4 3

2-D VLC (2)

■ 量子化 (ステップ=16)

量子化DCT係数	逆DCT値(復号画像)
693-152 0 24 0 0 0 0	47 43 34 34 55 80 86 76
-136 -72 0 24 0 0 0 0	38 36 38 52 79 104 112 108
0 -56 40 0 -24 0 0 0	39 38 47 73 99 114 118 119
-24 24 0 0 0 0 0 0	41 39 53 83 105 110 110 113
-24 0 0 0 0 0 0 0	47 47 62 90 108 110 111 116
0 24 0 0 0 0 0 0	81 81 88 100 108 110 111 114
0 0 0 0 0 0 0 0	111 113 110 105 103 108 112 111
0 0 0 0 0 0 0 0	110 115 111 99 99 112 122 122

ジグザグスキャン

2-D VLC (2)

■ Quantization (Step=16)

Quantized DCT Coeffs.	IDCT Value (Decoded Image)
693-152 0 24 0 0 0 0	47 43 34 34 55 80 86 76
-136 -72 0 24 0 0 0 0	38 36 38 52 79 104 112 108
0 -56 40 0 -24 0 0 0	39 38 47 73 99 114 118 119
-24 24 0 0 0 0 0 0	41 39 53 83 105 110 110 113
-24 0 0 0 0 0 0 0	47 47 62 90 108 110 111 116
0 24 0 0 0 0 0 0	81 81 88 100 108 110 111 114
0 0 0 0 0 0 0 0	111 113 110 105 103 108 112 111
0 0 0 0 0 0 0 0	110 115 111 99 99 112 122 122

Zigzag scanning

2-D VLC (3)

- ジグザグスキャン順での量子化値とゼロラン長

```
696 152 -136 0 -72 0 24 0 56 -24 -24 24 40 24
00000000 24 00 -24 00000000....000
```

- 量子化レベル(インデクス)とゼロラン長

```
43 9 -8 0 -4 0 1 0 3 -1 -1 1 2 1
00000000 1 00 -1 00000000....000
```

2-D VLC (3)

- Quantized Value and "0" Run-length by zigzag scan

```
696 152 -136 0 -72 0 24 0 56 -24 -24 24 40 24
00000000 24 00 -24 00000000....000
```

- Quantized Level (Index) and "0" Run-length by zigzag scan

```
43 9 -8 0 -4 0 1 0 3 -1 -1 1 2 1
00000000 1 00 -1 00000000....000
```

2-D VLC (4)

- ゼロラン長とレベルの組み合わせ

Data #	Run	Level
1	(DC)	43
2	0	9
3	0	-8
4	1	-4
5	1	1
6	1	3
7	0	-1
8	0	-1

Data #	Run	Level
9	0	1
10	0	2
11	0	1
12	8	1
13	2	-1
14	EOB	

EOB: End of Block

2-D VLC (4)

- Combination of Zero-Run and Level

Data #	Run	Level
1	(DC)	43
2	0	9
3	0	-8
4	1	-4
5	1	1
6	1	3
7	0	-1
8	0	-1

Data #	Run	Level
9	0	1
10	0	2
11	0	1
12	8	1
13	2	-1
14	EOB	

EOB: End of Block

2-D VLC (5)

- DC成分の符号化: 8bit 固定長符号化
 - $43 = 32 + 8 + 2 + 1 = "0010\ 1011"$
- (ラン, レベル): ハフマン符号化
 - (0,9) = "0000 0001 1000 0"
 - (0,-8) = "0000 0001 1101 1"
 - (1,-4) = "0000 0011 00 1"
 - (1,1) = "011 0"
 - (1,3) = "0010 0101 0"
 - (0,-1) = "11 1"
 - (0,-1) = "11 1"
 - (0,1) = "11 0"

2-D VLC (5)

- DC Component: 8bit FLC
 - $43 = 32 + 8 + 2 + 1 = "0010\ 1011"$
- (Run, Level): Huffman Coding
 - (0,9) = "0000 0001 1000 0"
 - (0,-8) = "0000 0001 1101 1"
 - (1,-4) = "0000 0011 00 1"
 - (1,1) = "011 0"
 - (1,3) = "0010 0101 0"
 - (0,-1) = "11 1"
 - (0,-1) = "11 1"
 - (0,1) = "11 0"

2-D VLC (6)

- (ラン, レベル): ハフマン符号化
 - (0,2) = "0100 0"
 - (0,1) = "11 0"
 - (0,1) = "11 0"
 - (8,1) = "0000 111 0"
 - (2,-1) = "0101 1"
 - EOB = "10"

2-D VLC (6)

- (Run, Level): Huffman Coding
 - (0,2) = "0100 0"
 - (0,1) = "11 0"
 - (0,1) = "11 0"
 - (8,1) = "0000 111 0"
 - (2,-1) = "0101 1"
 - EOB = "10"

2-D VLC (7)

- H.261 2-D VLCにおける符号長

		Level																
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...	127
RUN	0	2	5	6	8	9	9	11	13	13	13	13	14	14	14	14		
	1	4	7	9	11	13	14	14										
	2	5	8	11	13	14												
	3	6	9	13	14													
	4	6	11	13														
	5	7	11	14														
	6	7	13															
	7	7	13															
	8	8	13															
	9	8	14															
	10	9	14															
	11	9																
	12	9																

2-D VLC (7)

- Code length of H.261 2-D VLC

		Level																
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...	127
RUN	0	2	5	6	8	9	9	11	13	13	13	13	14	14	14	14		
	1	4	7	9	11	13	14	14										
	2	5	8	11	13	14												
	3	6	9	13	14													
	4	6	11	13														
	5	7	11	14														
	6	7	13															
	7	7	13															
	8	8	13															
	9	8	14															
	10	9	14															
	11	9																
	12	9																

2-D VLC (8)

		Level																
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...	127
RUN	13	9																
	14	11																
	15	11																
	16	11																
	17	13																
	18	13																
	19	13																
	20	13																
	21	13																
	22	14																
	23	14																
	24	14																
	25	14																

2-D VLC (8)

		Level																
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...	127
RUN	13	9																
	14	11																
	15	11																
	16	11																
	17	13																
	18	13																
	19	13																
	20	13																
	21	13																
	22	14																
	23	14																
	24	14																
	25	14																

JPEG2000

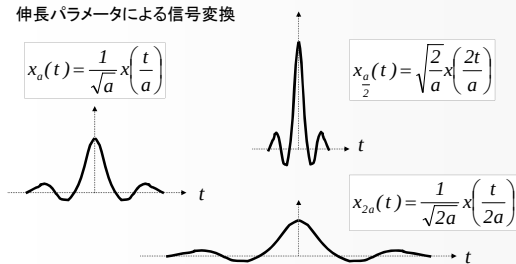
- ウェーブレットを基礎とした画像符号化
 - 静止画では良好な画像品質
 - 動画ではちらつく雑音が観測される (sample)
 - Motion JPEG (DCT), Noise
 - Motion JPEG2000 (Wavelet), Noise

JPEG2000

- Wavelet based image coding
 - Good picture quality for still images
 - Wavy noise (flicker artifact) for video (sample)
 - Motion JPEG (DCT), Noise
 - Motion JPEG2000 (Wavelet), Noise

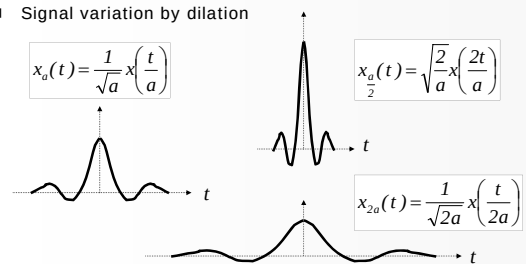
ウェーブレット (1)

- 伸長パラメータによる信号変換



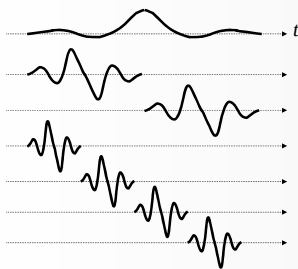
Wavelet (1)

- Signal variation by dilation



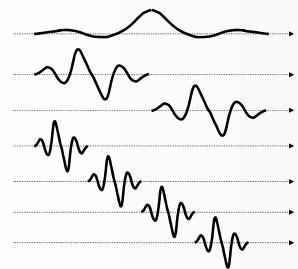
ウェーブレット (2)

- シフトパラメータにより直交基底を構成できる



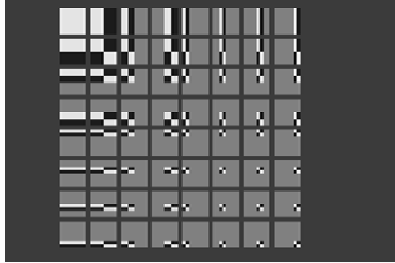
Wavelet (2)

- Create orthogonal basis using Translation parameter



ハール変換基底

- 8x8ハール変換基底

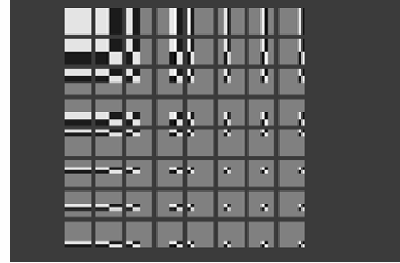


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

61

Harr Transform Basis

- 8x8 Harr transform basis

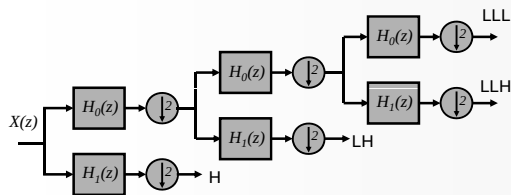


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

62

オクターブ分割

- 2分木4バンドフィルタバンク構造

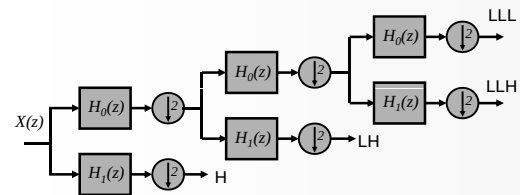


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

63

Octave Splitting

- 4-band (dyadic) filterbank structure

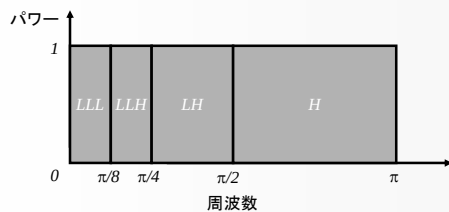


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

64

オクターブ分割 (2)

- 理想オクターブ分割の場合の周波数特性(2分木4バンド)

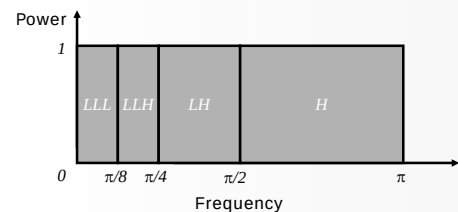


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

65

Octave Splitting (2)

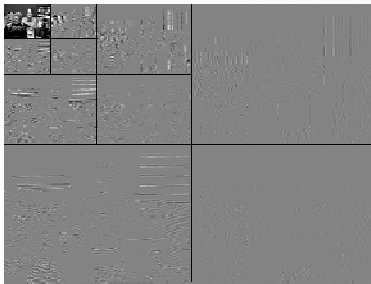
- Frequency responses of ideal octave splitting filterbank (4-band dyadic)



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

66

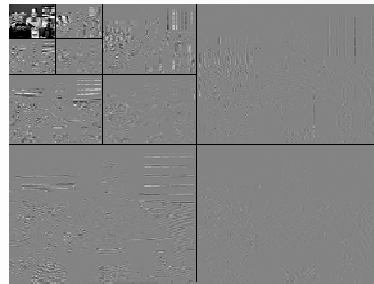
ウェーブレット変換画像



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

67

Wavelet Transform Image



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

68

ウェーブレット変換画像 (2)

- 離散ウェーブレット変換(DWT)および離散コサイン変換(DCT)の最低次係数による再生画像の比較



DWT

DCT

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

69

Wavelet Transform Image (2)

- The lowest frequency component of DWT and DCT (1/64)



DWT

DCT

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

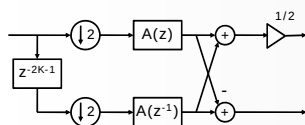
70

オールパスフィルタによる実現

- オールパスフィルタ $A(z)$ によるLPFとHPF

$$H_0(z) = \frac{\sqrt{2}}{2} \{z^{-2K-1}A(z^{-2}) + A(z^2)\}$$

$$H_1(z) = \frac{\sqrt{2}}{2} \{z^{-2K-1}A(z^{-2}) - A(z^2)\}$$



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

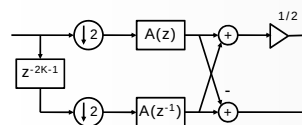
71

Representation by All Pass Filter

- LPF, HPF are created by all pass filter $A(z)$

$$H_0(z) = \frac{\sqrt{2}}{2} \{z^{-2K-1}A(z^{-2}) + A(z^2)\}$$

$$H_1(z) = \frac{\sqrt{2}}{2} \{z^{-2K-1}A(z^{-2}) - A(z^2)\}$$



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

72

オールパスフィルタ

- 次数N次のオールパスフィルタ

$$A(z) = z^{-N} \frac{\sum_{n=0}^N a_n z^n}{\sum_{n=0}^N a_n z^{-n}}$$

- 周波数特性

$$A(e^{j\omega}) = z^{-jN\omega} \frac{\sum_{n=0}^N a_n \{\cos(n\omega) + j \sin(n\omega)\}}{\sum_{n=0}^N a_n \{\cos(n\omega) - j \sin(n\omega)\}}$$

$$\theta(\omega) = -N\omega + 2 \tan^{-1} \frac{\sum_{n=0}^N a_n \sin(n\omega)}{\sum_{n=0}^N a_n \cos(n\omega)}$$

All Pass Filter

- N-th order all pass filter A(z)

$$A(z) = z^{-N} \frac{\sum_{n=0}^N a_n z^n}{\sum_{n=0}^N a_n z^{-n}}$$

- Frequency responses

$$A(e^{j\omega}) = z^{-jN\omega} \frac{\sum_{n=0}^N a_n \{\cos(n\omega) + j \sin(n\omega)\}}{\sum_{n=0}^N a_n \{\cos(n\omega) - j \sin(n\omega)\}}$$

$$\theta(\omega) = -N\omega + 2 \tan^{-1} \frac{\sum_{n=0}^N a_n \sin(n\omega)}{\sum_{n=0}^N a_n \cos(n\omega)}$$

オールパスフィルタ (2)

- LPF, HPFの周波数特性は直線位相

$$H_0(e^{j\omega}) = \sqrt{2}^{-j(k+\frac{1}{2})} \cos\left[\theta(2\omega) + (k + \frac{1}{2})\omega\right]$$

$$H_1(e^{j\omega}) = \sqrt{2}^{-j(k+\frac{1}{2})} \sin\left[\theta(2\omega) + (k + \frac{1}{2})\omega\right]$$

- 振幅は直交

$$|H_0(e^{j\omega})|^2 + |H_1(e^{j\omega})|^2 = 2$$

All Pass Filter (2)

- Frequency Characteristics of LPF, HPF are linear phase

$$H_0(e^{j\omega}) = \sqrt{2}^{-j(k+\frac{1}{2})} \cos\left[\theta(2\omega) + (k + \frac{1}{2})\omega\right]$$

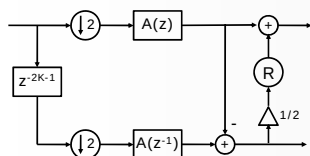
$$H_1(e^{j\omega}) = \sqrt{2}^{-j(k+\frac{1}{2})} \sin\left[\theta(2\omega) + (k + \frac{1}{2})\omega\right]$$

- Amplitudes are in an orthogonal relation

$$|H_0(e^{j\omega})|^2 + |H_1(e^{j\omega})|^2 = 2$$

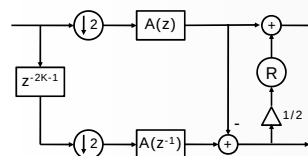
リフティングによる実現

- リフティング(R)による整数化処理



Representation by Lifting

- Integer operation by (R)



問題

- S変換($y(1)=(a+b)/2$, $y(2)=a-b$)を以下の2次元データに適用せよ.

128	132	134	141
126	128	130	135
120	125	128	133
125	130	134	131

Quiz

- Apply S-transform ($y(1)=(a+b)/2$, $y(2)=a-b$) to the 2-dimensional data below.

128	132	134	141
126	128	130	135
120	125	128	133
125	130	134	131