

マルチメディア配信システム

- No.3 画像圧縮技術 (1) -

渡辺 裕

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

1

Multimedia Distribution System

- No.3 Image Compression Technology (1) -

Hiroshi Watanabe

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

2

画像圧縮技術

- 色信号多重分離
- 直交変換
- サブバンド
- ウェーブレット
- 係数量子化
- エントロピー符号化

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

3

Image Compression Technology

- Chrominance Signal Mux/DeMux
- Orthogonal Transform
- Subband
- Wavelet
- Coefficient Quantization
- Entropy Coding

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

4

色信号処理

- カラーテレビジョン信号
 - 輝度信号に色信号を高調波として多重化
 - YIQ (Y:Luminance, I,Q:Chrominance)
- カラー静止画像
 - 光の3原色
 - RGB (R:Red, G:Green, B:Blue)
- CCIR勧告601 (ITU-R 601)
 - YCbCr (Y:Luminance, Cb,Cr:Chrominance)

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

5

Color Signal Processing

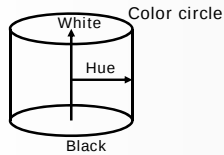
- Color Television Signal
 - Multiplexing chrominance signal to luminance signal by modulation
 - YIQ (Y:Luminance, I,Q:Chrominance)
- Color Still Picture
 - three primary colors for light
 - RGB (R:Red, G:Green, B:Blue)
- CCIR Recomm. 601 (ITU-R 601)
 - YCbCr (Y:Luminance, Cb,Cr:Chrominance)

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

6

色信号処理 (2)

- 印刷
 - YMCK (Y:Yellow, M:Magenta, C:Cyan, K:Black)
- その他
 - CIE XYZ, CIE L*a*b*

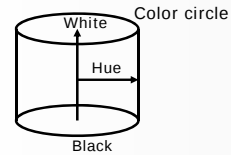


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

7

Color Signal Processing (2)

- Printing
 - CMYK (C:Cyan, M:Magenta, Y:Yellow, K:Black)
- Others
 - CIE XYZ, CIE L*a*b*



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

8

信号変換

- RGB to YCbCr

$$Y = 0.229R + 0.587G + 0.114B$$

$$Cb = -0.170R - 0.331G + 0.500B + 128$$

$$Cr = 0.500R - 0.419G - 0.081B + 128$$

- YCbCr to RGB

$$R = Y + 1.402(Cr - 128)$$

$$G = Y - 0.344(Cb - 128) - 0.714(Cr - 128)$$

$$B = Y + 1.772(Cb - 128)$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

9

Signal Conversion

- RGB to YCbCr

$$Y = 0.229R + 0.587G + 0.114B$$

$$Cb = -0.170R - 0.331G + 0.500B + 128$$

$$Cr = 0.500R - 0.419G - 0.081B + 128$$

- YCbCr to RGB

$$R = Y + 1.402(Cr - 128)$$

$$G = Y - 0.344(Cb - 128) - 0.714(Cr - 128)$$

$$B = Y + 1.772(Cb - 128)$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

10

信号変換 (2)

- RGB to YIQ

$$Y = 0.30R + 0.59G + 0.11B$$

$$I = 0.60R - 0.28G - 0.32B$$

$$Q = 0.21R - 0.52G - 0.31B$$

- YIQ to RGB

$$R = Y + 0.96I + 0.62Q$$

$$G = Y - 0.27I - 0.65Q$$

$$B = Y - 0.10I + 1.70Q$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

11

Signal Conversion (2)

- RGB to YIQ

$$Y = 0.30R + 0.59G + 0.11B$$

$$I = 0.60R - 0.28G - 0.32B$$

$$Q = 0.21R - 0.52G - 0.31B$$

- YIQ to RGB

$$R = Y + 0.96I + 0.62Q$$

$$G = Y - 0.27I - 0.65Q$$

$$B = Y - 0.10I + 1.70Q$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

12

信号変換 (3)

■ RGB to CIE XYZ

$$\begin{aligned} X &= 0.6070R + 0.1740G + 0.2000B \\ Y &= 0.2990R + 0.5870G + 0.1140B \\ Z &= 0.0000R + 0.0660G + 1.1110B \end{aligned}$$

■ CIE XYZ to CIE L*a*b*

$$\begin{aligned} L^* &= 116(Y/Y_n)^{1/3} - 16 & \text{for } Y/Y_n > 0.008856 \\ L^* &= 903.3(Y/Y_n) & \text{for } Y/Y_n \leq 0.008856 \\ a^* &= 500[(X/X_n)^{1/3} - (Y/Y_n)^{1/3}] \\ b^* &= 200[(Y/Y_n)^{1/3} - (Z/Z_n)^{1/3}] \end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

13

Signal Conversion (3)

■ RGB to CIE XYZ

$$\begin{aligned} X &= 0.6070R + 0.1740G + 0.2000B \\ Y &= 0.2990R + 0.5870G + 0.1140B \\ Z &= 0.0000R + 0.0660G + 1.1110B \end{aligned}$$

■ CIE XYZ to CIE L*a*b*

$$\begin{aligned} L^* &= 116(Y/Y_n)^{1/3} - 16 & \text{for } Y/Y_n > 0.008856 \\ L^* &= 903.3(Y/Y_n) & \text{for } Y/Y_n \leq 0.008856 \\ a^* &= 500[(X/X_n)^{1/3} - (Y/Y_n)^{1/3}] \\ b^* &= 200[(Y/Y_n)^{1/3} - (Z/Z_n)^{1/3}] \end{aligned}$$

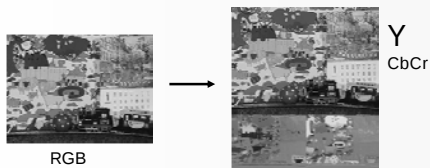
マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

14

HVS

■ HVS (Human Vision System)

- 色変化より輝度変化に敏感
- 色差信号のサンプリング点数を削減
- YCbCr形式においてCbCrを水平垂直にサブサンプルした例



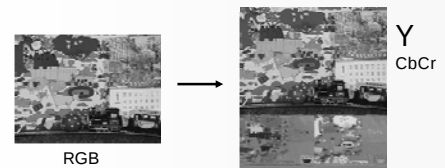
マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

15

HVS

■ HVS (Human Vision System)

- Sensitive to luminance change than chrominance
- Down sampling to chrominance signal
- Example of vertical and horizontal sub-sampling of CbCr at YCbCr format



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

16

カラーテレビジョン信号

■ アナログ形式

- NTSC信号
- PAL信号
- SECAM信号

■ デジタル形式

- RGB (4:4:4)
- 4:2:2形式 および そのファミリー
- CIF, QCIF
- SIF, QSIF

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

17

Color Television Signal

■ Analog Format

- NTSC Signal
- PAL Signal
- SECAM Signal

■ Digital Format

- RGB (4:4:4)
- 4:2:2 Format and it's family
- CIF, QCIF
- SIF, QSIF

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

18

NTSC信号

- NTSC (National Television Systems Committee)
- 米国, カナダ, 日本, 韓国
- フレーム数 29.97 frame/sec (59.94 field/sec)
- ライン数 525 line/frame
- 水平同期周波数 $f_h = 15.7342\text{KHz}$
- 周波数帯域 4.2MHz (I:1.5MHz, Q:0.5MHz)
- 色搬送波 (455/2) $f_h = 3.58\text{MHz}$
- アスペクト比 4:3

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

19

NTSC Signal

- NTSC (National Television Systems Committee)
- US, Canada, Japan, Korea
- Frames 29.97 frame/sec (59.94 field/sec)
- Lines 525 line/frame
- Horizontal Sync. Frequency $f_h = 15.7342\text{KHz}$
- Bandwidth 4.2MHz (I:1.5MHz, Q:0.5MHz)
- Chrominance Carry Wave (455/2) $f_h = 3.58\text{MHz}$
- Aspect Ratio 4:3

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

20

PAL信号

- PAL (Phase Alternating Line)
- ヨーロッパ, 中南米, アフリカ, アジア
- フレーム数 25 frame/sec (50 field/sec)
- ライン数 625 line/frame
- 水平同期周波数 $f_h = 15.625\text{KHz}$
- 周波数帯域 5.0MHz
- 色搬送波 4.43MHz

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

21

PAL Signal

- PAL (Phase Alternating Line)
- Europe, Latin America, Africa, Asia
- Frames 25 frame/sec (50 field/sec)
- Lines 625 line/frame
- Horizontal Sync. Frequency $f_h = 15.625\text{KHz}$
- Bandwidth 5.0MHz
- Chrominance Carry Wave 4.43MHz

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

22

SECAM信号

- SECAM (Systeme Electronique Couleur Avec Memoire)
- フランス, ロシア
- 基本的にPALと解像度が同じ
- 色信号の多重化方法がPALと異なる

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

23

SECAM Signal

- SECAM (Systeme Electronique Couleur Avec Memoire)
- France, Russia
- Basic resolution is the same as PAL's one
- Mux system of chrominance signal is different from PAL

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

24

ITU-R勧告601

- ITU-R(当時はCCIR)から勧告されたデジタルTVフォーマット
- カラーTVの分離符号化が目的
- NTSC系とPAL系に共通のサンプリング周波数を設定 (13.5MHz)
- 輝度と色差信号のサンプリング周波数の比率を、4:4:4と表し、デジタルフォーマットファミリーを形成
- 量子化は 8 bit/pel
- Y信号は 16(black) to 235 (white)
- CbCr信号は 128 を中心として peak to peak 255

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

25

ITU-R Recommendation 601

- Digital TV format recommended by ITU-R (used by CCIR)
- Color separation coding of TV signal
- Set common sampling frequency for NTSC and PAL system (13.5MHz)
- Ratio of sampling frequency for luminance and chrominance is noted as 4:4:4, form digital format family
- Quantization: 8 bit/pel
- Dynamic range of luminance: 16(black) to 235 (white)
- CbCr signal: Center is 128, peak to peak 255

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

26

4:2:2 Format Family

- 4:2:2
 - 4:2:2スタジオフォーマットあるいはD1フォーマットと呼ばれる
 - YCrCb信号のサンプリング周波数はそれぞれ、13.5MHz, 6.75MHz
 - NTSC系では、Y:720x486, CbCr:360x486
 - PAL系では、Y:720x576, CbCr:360x576
 - NTSC系では486ラインのうち480ラインが有効走査線
- 4:2:0
 - 色差信号のどちらかのサンプリングが走査線毎に交番
 - JPEG, MPEGにおいて主に使用される。
 - NTSC系では、Y:720x480, CbCr:360x240
 - PAL系では、Y:720x576, CbCr:360x288

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

27

4:2:2 Format Family

- 4:2:2
 - 4:2:2 Studio format or called D1 format
 - Sampling frequency for YCrCb signals are 13.5MHz, 6.75MHz
 - NTSC area, Y:720x486, CbCr:360x486
 - PAL area, Y:720x576, CbCr:360x576
 - 480 of 486 lines are effective in NTSC area
- 4:2:0
 - Alternate sampling of chrominance signals
 - Used for JPEG, MPEG
 - NTSC area, Y:720x480, CbCr:360x240
 - PAL area, Y:720x576, CbCr:360x288

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

28

4:2:2 Format Family (2)

- 2:1:1
 - 4:2:2に比べて、水平垂直に1/2にサブサンプリングされたフォーマット
 - NTSC系では、Y:360x240, CbCr:180x240
 - PAL系では、Y:360x288, CbCr:180x288
- 2:1:0
 - 4:2:0に比べて、水平垂直に1/2にサブサンプリングされたフォーマット
 - NTSC系では、Y:360x240, CbCr:180x120
 - PAL系では、Y: 360x288, CbCr:180x144

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

29

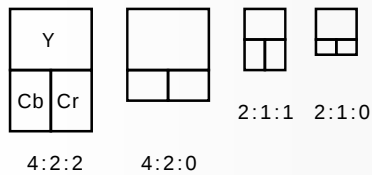
4:2:2 Format Family (2)

- 2:1:1
 - 1/2 sub-sampled horizontally and vertically from 4:2:2
 - NTSC area, Y:360x240, CbCr:180x240
 - PAL area, Y:360x288, CbCr:180x288
- 2:1:0
 - 1/2 sub-sampled horizontally and vertically from 4:2:0
 - NTSC area, Y:360x240, CbCr:180x120
 - PAL area, Y: 360x288, CbCr:180x144

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

30

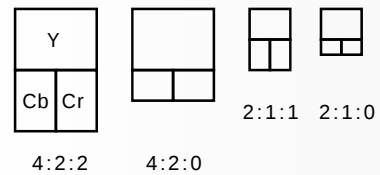
4:2:2 Format Family (3)



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

31

4:2:2 Format Family (3)



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

32

画像圧縮技術

- 色信号多重分離
- 直交変換
- サブバンド
- ウェーブレット
- 係数量子化
- エントロピー符号化

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

33

Image Compression Technology

- Chrominance Signal Mux/DeMux
- Orthogonal Transform
- Subband
- Wavelet
- Coefficient Quantization
- Entropy Coding

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

34

直交変換

- 離散フーリエ変換
- アダマール変換
- KL変換
- 離散サイン変換
- 離散コサイン変換

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

35

Orthogonal Transform

- Discrete Fourier Transform
- Hadamard Transform
- KL Transform
- Discrete Sine Transform
- Discrete Cosine Transform

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

36

離散フーリエ変換

■ N点離散フーリエ変換と逆変換

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi nk / N)$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \exp(j2\pi nk / N)$$

離散的な角周波数

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{N} \quad (k = 0, 1, \dots, N-1)$$

Discrete Fourier Transform

■ N-point Discrete Fourier Transform and Inverse transform

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi nk / N)$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \exp(j2\pi nk / N)$$

Discrete frequency

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{N} \quad (k = 0, 1, \dots, N-1)$$

離散フーリエ変換の特徴

■ 離散フーリエ変換係数

- N点の整数値からN点の複素数への変換
- 変換係数はN個の実数と虚数
- 符号化すべきデータ個数は2倍に増加し、データ圧縮には不適
- 直流成分は係数1個で表現される

Characteristics of DFT

■ DFT coefficients

- From N-point integer to N-point complex value
- Coefficients are N real numbers and N imaginary numbers
- the number of data for coding application increased to 2 times, thus not suitable for data compression
- DC component can be represented by one coefficient

アダマール変換

- 変換マトリクスの要素が $[+1, -1]$ からなる最も簡単な直交変換
- ハードウェア化が容易
- $2n$ 次の変換マトリクスは、 $2 \times 2 (n=1)$ の基本マトリクスから拡張

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \end{bmatrix} = H_2 \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

■ 拡張規則

$$H_{2n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} H_n & H_n \\ H_n & -H_n \end{bmatrix}$$

Hadamard Transform

- Element of transform matrix are $[+1, -1]$
- Simple orthogonal matrix, easy hardware realization
- $2n$ -th transform matrix can be derived from $2 \times 2 (n=1)$ -th basic matrix

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \end{bmatrix} = H_2 \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

■ Expansion rule

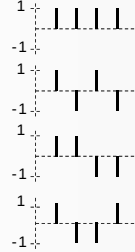
$$H_{2n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} H_n & H_n \\ H_n & -H_n \end{bmatrix}$$

アダマール変換(2)

■ H_4, H_8

$$H_4 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_8 = \frac{1}{\sqrt{8}} \begin{bmatrix} h(0)^t \\ h(1)^t \\ \vdots \\ h(7)^t \end{bmatrix}$$



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

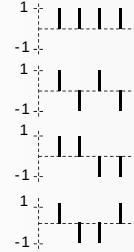
43

Hadamard Transform(2)

■ H_4, H_8

$$H_4 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_8 = \frac{1}{\sqrt{8}} \begin{bmatrix} h(0)^t \\ h(1)^t \\ \vdots \\ h(7)^t \end{bmatrix}$$



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

44

アダマール変換(3)

■ H_8 のベクトルの要素

$$\begin{aligned} h(0)^t &= [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \\ h(1)^t &= [1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1] \\ h(2)^t &= [1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1] \\ h(3)^t &= [1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1] \\ h(4)^t &= [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1] \\ h(5)^t &= [1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1] \\ h(6)^t &= [1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1] \\ h(7)^t &= [1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1] \end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

45

Hadamard Transform(3)

■ vector element of H_8

$$\begin{aligned} h(0)^t &= [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \\ h(1)^t &= [1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1] \\ h(2)^t &= [1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1] \\ h(3)^t &= [1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1] \\ h(4)^t &= [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1] \\ h(5)^t &= [1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1] \\ h(6)^t &= [1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1] \\ h(7)^t &= [1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1] \end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

46

ウォルシュ変換

■ W_8 の変換マトリクスの要素は
アダマール変換の順序を変えたもの

$$W_8 = \frac{1}{\sqrt{8}} \begin{bmatrix} h(0)^t \\ h(4)^t \\ h(6)^t \\ h(2)^t \\ h(3)^t \\ h(7)^t \\ h(5)^t \\ h(1)^t \end{bmatrix}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

47

Walsh Transform

■ Elements of Walsh Transform
 W_8 are represented by different
order of Hadamard Transform's
elements

$$W_8 = \frac{1}{\sqrt{8}} \begin{bmatrix} h(0)^t \\ h(4)^t \\ h(6)^t \\ h(2)^t \\ h(3)^t \\ h(7)^t \\ h(5)^t \\ h(1)^t \end{bmatrix}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

48

ウォルシュ変換の例

■ W_4 による変換の例

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ x(3) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x(0) + x(1) + x(2) + x(3) \\ x(0) + x(1) - x(2) - x(3) \\ x(0) - x(1) - x(2) + x(3) \\ x(0) - x(1) + x(2) - x(3) \end{bmatrix}$$


Example of Walsh Transform

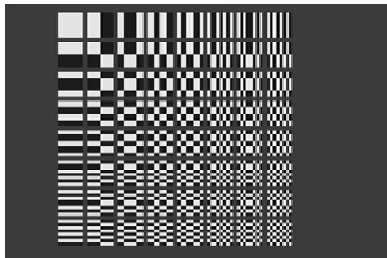
■ Example of Transform by W_4

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ x(3) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x(0) + x(1) + x(2) + x(3) \\ x(0) + x(1) - x(2) - x(3) \\ x(0) - x(1) - x(2) + x(3) \\ x(0) - x(1) + x(2) - x(3) \end{bmatrix}$$

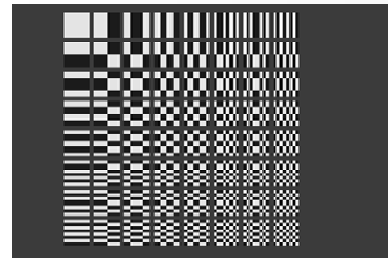

基底画像

■ 8x8ウォルシュ変換の基底画像



Picture of Walsh Basis

■ Picture of 8x8 Walsh Transform basis



アダマール変換の特徴

- 構成が簡単
- 基底の形状が階段状であり、なだらかな波形の近似に向かない
- 信号の圧縮に用いると、階段状(ブロック状)の雑音を生じる
- 圧縮効率は低い

Characteristics of Hadamard Transform

- Very simple structure
- Shape of basis is step like, thus difficult to approximate smoothly changing signal
- Cause step like (block) noise for signal compression
- Low compression efficiency

KL(Karhunen-Loeve)変換

- 入力信号 $x(n)$ の自己相関行列 R_{xx} を対角化
- 対角化の際の固有ベクトルを基底ベクトルとする変換

$$R_{xx} = E \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) & x(1) & \cdots & x(N-1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \cdots & r(N-1) \\ r(1) & r(0) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & r(1) \\ r(N-1) & \cdots & r(1) & r(0) \end{bmatrix}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

55

KL(Karhunen-Loeve) Transform

- Diagonalize auto-correlation matrix R_{xx} of input signal $x(n)$
- Basis vector of transform is eigenvector

$$R_{xx} = E \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) & x(1) & \cdots & x(N-1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \cdots & r(N-1) \\ r(1) & r(0) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & r(1) \\ r(N-1) & \cdots & r(1) & r(0) \end{bmatrix}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

56

KL(Karhunen-Loeve)変換(2)

- 固有ベクトル t_n を要素とする行列 T による対角化

$$T R_{xx} T^t = \begin{bmatrix} \sigma_0^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_1^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_{N-1}^2 \end{bmatrix}$$

$$T^t = \begin{bmatrix} t_0(0) & t_1(0) & \cdots & t_{N-1}(0) \\ t_0(1) & t_1(1) & \cdots & t_{N-1}(1) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ t_0(N-1) & t_1(N-1) & \cdots & t_{N-1}(N-1) \end{bmatrix}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

57

KL(Karhunen-Loeve)Transform(2)

- Diagonalize by matrix T which elements are eigenvector t_n

$$T R_{xx} T^t = \begin{bmatrix} \sigma_0^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_1^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_{N-1}^2 \end{bmatrix}$$

$$T^t = \begin{bmatrix} t_0(0) & t_1(0) & \cdots & t_{N-1}(0) \\ t_0(1) & t_1(1) & \cdots & t_{N-1}(1) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ t_0(N-1) & t_1(N-1) & \cdots & t_{N-1}(N-1) \end{bmatrix}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

58

KL(Karhunen-Loeve)変換(3)

- KL変換係数 $k(n)$ ($n=0, \dots, N-1$) は入力信号を $x(n)$ ($n=0, \dots, N-1$) とすると次式で与えられる

$$\begin{bmatrix} k(0) \\ k(1) \\ \vdots \\ k(N-1) \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} t_0(0) & t_0(1) & \cdots & t_0(N-1) \\ t_1(0) & t_1(1) & \cdots & t_1(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{N-1}(0) & t_{N-1}(1) & \cdots & t_{N-1}(N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

59

KL(Karhunen-Loeve)Transform(3)

- KL transform coefficient $k(n)$ ($n=0, \dots, N-1$) for input signal $x(n)$ ($n=0, \dots, N-1$) can be obtained by

$$\begin{bmatrix} k(0) \\ k(1) \\ \vdots \\ k(N-1) \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} t_0(0) & t_0(1) & \cdots & t_0(N-1) \\ t_1(0) & t_1(1) & \cdots & t_1(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{N-1}(0) & t_{N-1}(1) & \cdots & t_{N-1}(N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

60

KL変換係数

- KL変換係数は互いに無相関

$$\mathbf{k} = \mathbf{T}\mathbf{x}$$

$$\begin{aligned} E[\mathbf{k}\mathbf{k}^t] &= E[\mathbf{T}\mathbf{x}(\mathbf{T}\mathbf{x})^t] \\ &= E[\mathbf{T}\mathbf{x}\mathbf{x}^t\mathbf{T}^t] \\ &= \mathbf{T}E[\mathbf{x}\mathbf{x}^t]\mathbf{T}^t \\ &= \mathbf{T}\mathbf{R}_{\mathbf{x}}\mathbf{T}^t \\ &= \text{diag}[\sigma_0^2 \quad \sigma_1^2 \quad \cdots \quad \sigma_{N-1}^2] \end{aligned}$$

KL Transform Coefficient

- KL Transform coefficients are not correlated each other

$$\mathbf{k} = \mathbf{T}\mathbf{x}$$

$$\begin{aligned} E[\mathbf{k}\mathbf{k}^t] &= E[\mathbf{T}\mathbf{x}(\mathbf{T}\mathbf{x})^t] \\ &= E[\mathbf{T}\mathbf{x}\mathbf{x}^t\mathbf{T}^t] \\ &= \mathbf{T}E[\mathbf{x}\mathbf{x}^t]\mathbf{T}^t \\ &= \mathbf{T}\mathbf{R}_{\mathbf{x}}\mathbf{T}^t \\ &= \text{diag}[\sigma_0^2 \quad \sigma_1^2 \quad \cdots \quad \sigma_{N-1}^2] \end{aligned}$$

KL変換係数(2)

- 無相関とは...

$$E[k(n)k(m)] \begin{cases} = 0 & (n \neq m) \\ \neq 0 & (n = m) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} E[\mathbf{k}\mathbf{k}^t] &= \begin{bmatrix} E[k(0)k(0)] & E[k(0)k(1)] & \cdots & E[k(0)k(N-1)] \\ E[k(1)k(0)] & E[k(1)k(1)] & \cdots & E[k(1)k(N-1)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[k(N-1)k(0)] & E[k(N-1)k(1)] & \cdots & E[k(N-1)k(N-1)] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_0^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_1^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_{N-1}^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

KL Transform Coefficient(2)

- What is "not correlated"?

$$E[k(n)k(m)] \begin{cases} = 0 & (n \neq m) \\ \neq 0 & (n = m) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} E[\mathbf{k}\mathbf{k}^t] &= \begin{bmatrix} E[k(0)k(0)] & E[k(0)k(1)] & \cdots & E[k(0)k(N-1)] \\ E[k(1)k(0)] & E[k(1)k(1)] & \cdots & E[k(1)k(N-1)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[k(N-1)k(0)] & E[k(N-1)k(1)] & \cdots & E[k(N-1)k(N-1)] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_0^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_1^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_{N-1}^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

復習

- 行列 A の対角化には固有ベクトル $\mathbf{t}$ が必要

$$\mathbf{A}\mathbf{t} = \lambda\mathbf{t}$$

- どうやって固有値/を求めるか? 固有方程式を計算する.

$$(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{t} = \mathbf{0}$$

- 固有値は, 左辺の行列式を解いて得る

$$|\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0$$

- 対角化する行列は固有ベクトルを並べたもの

$$\mathbf{T} = [\mathbf{t}_0 \quad \mathbf{t}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{t}_{N-1}]$$

Review

- We need eigenvector $\mathbf{t}$ to diagonalize matrix A

$$\mathbf{A}\mathbf{t} = \lambda\mathbf{t}$$

- How to obtain eigenvalue λ ? Characteristic equation.

$$(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{t} = \mathbf{0}$$

- Eigenvalue can be obtained by solving determinant of the left term

$$|\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0$$

- Matrix for diagonalization is a series of eigenvector

$$\mathbf{T} = [\mathbf{t}_0 \quad \mathbf{t}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{t}_{N-1}]$$

KL変換の特徴

- 低次のシーケンスに対するパワー集中は理論的に最高
- 入力信号の性質によって相関行列が異なる
- そのため、入力信号ごとにKL変換基底が異なる
- 受信側に基底ベクトルを送信する必要がある
- 理論限界を与えるものであり、実用的ではない

Characteristics of KL Transform

- Theoretically best performance to compact energy to the low sequences
- Autocorrelation matrix differs depends on input signal
- Thus, KL transform basis differs depends on each input
- Needs to transmit basis vector to the receiver
- Gives theoretical bound, not practical

離散サイン変換

- N点離散サイン変換(DST-II)と逆変換

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(k) \sum_{n=1}^N x(n) \sin\left(\frac{(2n-1)k\pi}{2N}\right) \quad (k=1, \dots, N)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=1}^N C(k) X(k) \sin\left(\frac{(2n-1)k\pi}{2N}\right) \quad (n=1, \dots, N)$$

ここに

$$C(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (k=N) \\ 1 & (k \neq N) \end{cases}$$

Discrete Sine Transform

- N-point Discrete Sine Transform(DST-II) and Inverse DST

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(k) \sum_{n=1}^N x(n) \sin\left(\frac{(2n-1)k\pi}{2N}\right) \quad (k=1, \dots, N)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=1}^N C(k) X(k) \sin\left(\frac{(2n-1)k\pi}{2N}\right) \quad (n=1, \dots, N)$$

where

$$C(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (k=N) \\ 1 & (k \neq N) \end{cases}$$

離散サイン変換(2)

- DST-I

$$\sin\left(\frac{nk\pi}{N}\right) \quad (k, n=1, 2, \dots, N-1)$$

- DST-II

$$C(k) \sin\left(\frac{(2n-1)k\pi}{2N}\right) \quad (k, n=1, 2, \dots, N)$$

- DST-III

$$C(n) \sin\left(\frac{(2k-1)n\pi}{2N}\right) \quad (k, n=1, 2, \dots, N)$$

- DST-IV

$$\sin\left(\frac{(2k+1)(2n+1)\pi}{4N}\right) \quad (k, n=0, 1, \dots, N-1)$$

Discrete Sine Transform(2)

- DST-I

$$\sin\left(\frac{nk\pi}{N}\right) \quad (k, n=1, 2, \dots, N-1)$$

- DST-II

$$C(k) \sin\left(\frac{(2n-1)k\pi}{2N}\right) \quad (k, n=1, 2, \dots, N)$$

- DST-III

$$C(n) \sin\left(\frac{(2k-1)n\pi}{2N}\right) \quad (k, n=1, 2, \dots, N)$$

- DST-IV

$$\sin\left(\frac{(2k+1)(2n+1)\pi}{4N}\right) \quad (k, n=0, 1, \dots, N-1)$$

離散サイン変換(3)

■ 第1係数の計算

$$X(1) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(1) \sum_{n=1}^N x(n) \sin\left(\frac{(2n-1)\pi}{2N}\right)$$

■ 4点DSTの場合の第1番目の基底

$$\sqrt{\frac{2}{N}} C(1) \sin\left(\frac{(2n-1)\pi}{2N}\right) \quad (n=1,2,3,4)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi}{8} & \sin \frac{3\pi}{8} & \sin \frac{3\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} \end{bmatrix}$$

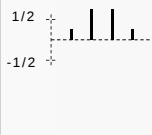

Discrete Sine Transform(3)

■ Calculation of the first coefficient

$$X(1) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(1) \sum_{n=1}^N x(n) \sin\left(\frac{(2n-1)\pi}{2N}\right)$$

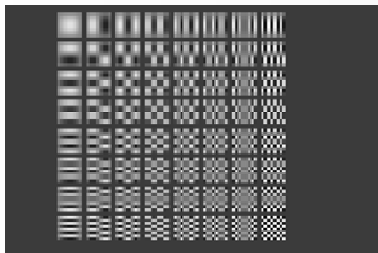
■ The first basis of 4-point DST

$$\sqrt{\frac{2}{N}} C(1) \sin\left(\frac{(2n-1)\pi}{2N}\right) \quad (n=1,2,3,4)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi}{8} & \sin \frac{3\pi}{8} & \sin \frac{3\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} \end{bmatrix}$$


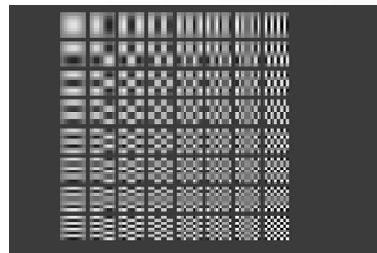
基底画像

■ 8x8DSTの基底画像



Picture of DST Basis

■ Picture of 8x8 DST basis



離散サイン変換の特徴

- 直流成分を1個の変換係数で表現できない欠点がある
- 基底ベクトルの値は、原理的に区間の端点で0
- 隣接区間とのデータの連続性は良い

Characteristics of DST

- Cannot represent DC component by one coefficient
- Edge value of basis vector is zero
- Smooth connection of data with the neighbor section

離散コサイン変換 (DCT)

- N点DCT(タイプII) ... 信号 $x(n)$, 係数 $X(k)$

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(k) \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (k=0, \dots, N-1)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} C(k) X(k) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (n=0, \dots, N-1)$$

ここに,

$$C(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (k=0) \\ 1 & (k \neq 0) \end{cases}$$

Discrete Cosine Transform (DCT)

- N point DCT(Type-II) ... Signal $x(n)$, Coefficient $X(k)$

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(k) \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (k=0, \dots, N-1)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} C(k) X(k) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (n=0, \dots, N-1)$$

where,

$$C(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (k=0) \\ 1 & (k \neq 0) \end{cases}$$

離散コサイン変換(2)

- DCT-I

$$C(k)C(n) \cos\left(\frac{nk\pi}{N}\right) \quad (k, n=0, 1, \dots, N)$$

- DCT-II

$$C(k) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (k, n=0, 1, \dots, N-1)$$

- DCT-III

$$C(n) \cos\left(\frac{(2k+1)n\pi}{2N}\right) \quad (k, n=0, 1, \dots, N-1)$$

- DCT-IV

$$\cos\left(\frac{(2n+1)(2k+1)\pi}{4N}\right) \quad (k, n=0, 1, \dots, N-1)$$

Discrete Cosine Transform(2)

- DCT-I

$$C(k)C(n) \cos\left(\frac{nk\pi}{N}\right) \quad (k, n=0, 1, \dots, N)$$

- DCT-II

$$C(k) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (k, n=0, 1, \dots, N-1)$$

- DCT-III

$$C(n) \cos\left(\frac{(2k+1)n\pi}{2N}\right) \quad (k, n=0, 1, \dots, N-1)$$

- DCT-IV

$$\cos\left(\frac{(2n+1)(2k+1)\pi}{4N}\right) \quad (k, n=0, 1, \dots, N-1)$$

2次元DCT

- NxN点2次元DCT ... 信号 $x(n,m)$, 係数 $X(u,v)$

$$X(u,v) = \frac{2}{N} C(u)C(v) \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x(n,m) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{2N}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{2N}\right)$$

$$x(n,m) = \frac{2}{N} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} C(u)C(v) X(u,v) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{2N}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{2N}\right)$$

ここに,

$$C(u), C(v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (u=0, v=0) \\ 1 & (u \neq 0, v \neq 0) \end{cases}$$

Two-Dimensional DCT

- NxN point 2-D DCT ... Signal $x(n,m)$, Coefficient $X(u,v)$

$$X(u,v) = \frac{2}{N} C(u)C(v) \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x(n,m) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{2N}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{2N}\right)$$

$$x(n,m) = \frac{2}{N} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} C(u)C(v) X(u,v) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{2N}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{2N}\right)$$

where,

$$C(u), C(v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (u=0, v=0) \\ 1 & (u \neq 0, v \neq 0) \end{cases}$$

2次元DCTの計算

- 変数 n, m に関して独立な1次元DCTの処理に分解
- 2回のN点DCT演算として計算できる

$$t(u, m) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(u) \sum_{n=0}^{N-1} x(n, m) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{2N}\right)$$

$$X(u, v) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(v) \sum_{m=0}^{N-1} t(u, m) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{2N}\right)$$

Calculation of 2-D DCT

- Decompose to independent 1-D DCT with regard to variables n, m
- Calculated as 2 times N point DCT

$$t(u, m) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(u) \sum_{n=0}^{N-1} x(n, m) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{2N}\right)$$

$$X(u, v) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(v) \sum_{m=0}^{N-1} t(u, m) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{2N}\right)$$

8x8DCT

- 8x8点2次元DCT ... 信号 $x(n, m)$, 係数 $X(u, v)$

$$X(u, v) = \frac{1}{4} C(u) C(v) \sum_{n=0}^7 \sum_{m=0}^7 x(n, m) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right)$$

$$x(n, m) = \frac{1}{4} \sum_{u=0}^7 \sum_{v=0}^7 C(u) C(v) X(u, v) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right)$$

ここに,

$$C(u), C(v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (u=0, v=0) \\ 1 & (u \neq 0, v \neq 0) \end{cases}$$

8x8DCT

- 8x8 point 2-D DCT ... Signal $x(n, m)$, Coefficient $X(u, v)$

$$X(u, v) = \frac{1}{4} C(u) C(v) \sum_{n=0}^7 \sum_{m=0}^7 x(n, m) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right)$$

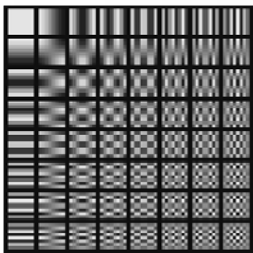
$$x(n, m) = \frac{1}{4} \sum_{u=0}^7 \sum_{v=0}^7 C(u) C(v) X(u, v) \cos\left(\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right)$$

where,

$$C(u), C(v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (u=0, v=0) \\ 1 & (u \neq 0, v \neq 0) \end{cases}$$

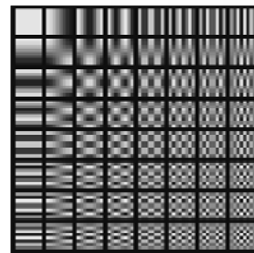
基底画像

- 8x8DCTの基底画像

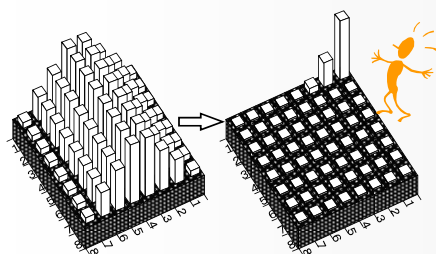


Basis Image

- Basis Image of 8x8DCT



DCTの特徴



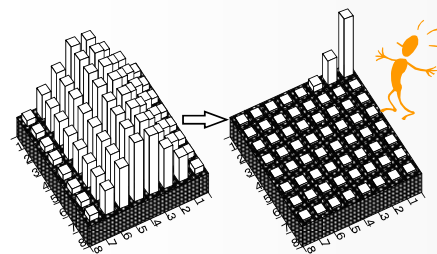
信号領域 (画素値)

周波数領域 (DCT係数)

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

91

Characteristics of DCT



Signal Domain
(Pixels)

Frequency Domain
(DCT Coeffs.)

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

92

DCTの種類

■ DCT-I

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(k) \sum_{n=0}^{N-1} C(n) x(n) \cos\left(\frac{nk\pi}{N}\right) \quad (k=0, \dots, N)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(n) \sum_{k=0}^{N-1} C(k) X(k) \cos\left(\frac{nk\pi}{N}\right) \quad (n=0, \dots, N)$$

■ DCT-II

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(k) \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (k=0, \dots, N-1)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} C(k) X(k) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (n=0, \dots, N-1)$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

93

Type of DCT

■ DCT-I

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(k) \sum_{n=0}^{N-1} C(n) x(n) \cos\left(\frac{nk\pi}{N}\right) \quad (k=0, \dots, N)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(n) \sum_{k=0}^{N-1} C(k) X(k) \cos\left(\frac{nk\pi}{N}\right) \quad (n=0, \dots, N)$$

■ DCT-II

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(k) \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (k=0, \dots, N-1)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} C(k) X(k) \cos\left(\frac{(2n+1)k\pi}{2N}\right) \quad (n=0, \dots, N-1)$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

94

DCTの種類 (2)

■ DCT-III

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} C(n) x(n) \cos\left(\frac{(2k+1)n\pi}{2N}\right) \quad (k=0, \dots, N-1)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(n) \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cos\left(\frac{(2k+1)n\pi}{2N}\right) \quad (n=0, \dots, N-1)$$

■ DCT-IV

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{(2n+1)(2k+1)\pi}{4N}\right) \quad (k=0, \dots, N-1)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cos\left(\frac{(2n+1)(2k+1)\pi}{4N}\right) \quad (n=0, \dots, N-1)$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

95

Type of DCT (2)

■ DCT-III

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} C(n) x(n) \cos\left(\frac{(2k+1)n\pi}{2N}\right) \quad (k=0, \dots, N-1)$$

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} C(n) \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cos\left(\frac{(2k+1)n\pi}{2N}\right) \quad (n=0, \dots, N-1)$$

■ DCT-IV

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{(2n+1)(2k+1)\pi}{4N}\right) \quad (k=0, \dots, N-1)$$

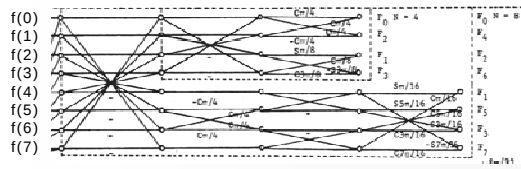
$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cos\left(\frac{(2n+1)(2k+1)\pi}{4N}\right) \quad (n=0, \dots, N-1)$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

96

DCTの高速算法

- Chen-Smith-Fralick (1977)

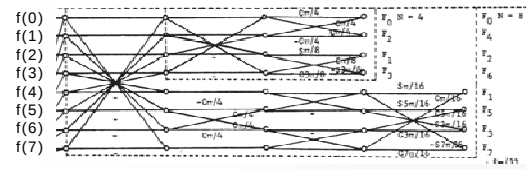


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

97

Fast Algorithm for DCT

- Chen-Smith-Fralick (1977)



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

98

DCTの特徴

- KL変換に近い低域シーケンスへのパワー集中
- 直流成分は1個の係数で表現できる
- FFTに似たバタフライ演算による高速算法を実現可能
- 画像符号化 (DCT-II)、音響符号化 (M-DCT, MLT)
 - M-DCT: Modified DCT
 - LOT: Lapped Orthogonal Transform
 - MLT: Modulated LOT

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

99

Characteristics of DCT

- Energy compaction performance to low sequency is close to KL Transform
- DC component can be represented by one coefficient
- Fast computational algorithm exists like FFT's butterfly computation
- Image coding (DCT-II)、Audio coding (M-DCT, MLT)
 - M-DCT: Modified DCT
 - LOT: Lapped Orthogonal Transform
 - MLT: Modulated LOT

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

100