

## マルチメディア配信システム - No.2 折返し歪とフィルタリング -

渡辺 裕

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

1

## Multimedia Distribution System - No.2 Aliasing Noise and Filtering -

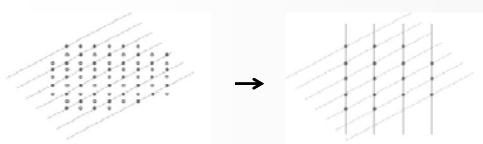
Hiroshi Watanabe

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

2

### 折返し歪 (1)

- サブサンプルによる空間領域での折り返し歪の例

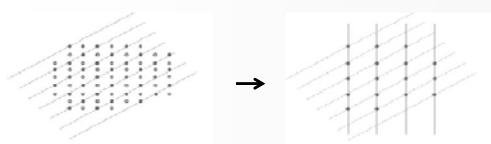


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

3

### Aliasing Noise (1)

- Example of aliasing noise in a space domain by sub-sampling

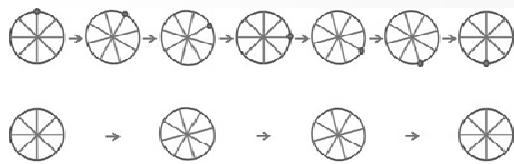


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

4

### 折返し歪 (2)

- フレーム間引きによる時間領域での折り返し歪の例

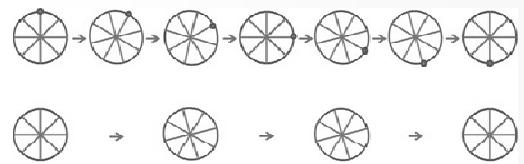


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

5

### Aliasing Noise (2)

- Example of aliasing noise in a time domain by frame rate reduction



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

6

## 解像度変換とデジタルフィルタ

- N:1のサブサンプリングの際には、通過帯域1/Nの低域通過型フィルタ (Low Pass Filter; LPF) を適用

- 伝達関数のz変換表現

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)z^{-k}$$

- 例

$$H(z) = \frac{1}{4}z^1 + \frac{1}{2}z^0 + \frac{1}{4}z^{-1}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

7

## Resolution Conversion and Digital Filter

- For N:1 sub-sampling, Low Pass Filter (LPF) with pass-band 1/N

- Z-transform representation of transfer function

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)z^{-k}$$

- Example

$$H(z) = \frac{1}{4}z^1 + \frac{1}{2}z^0 + \frac{1}{4}z^{-1}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

8

## 画像処理 (1)

- Bitmap file  
RGB 24 bit  
720x576 pels



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

9

## Image Processing (1)

- Bitmap file  
RGB 24 bit  
720x576 pels



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

10

## 画像処理 (2)

- 360x288 pels  
without LPF  
aliasing noise



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

11

## Image Processing (2)

- 360x288 pels  
without LPF  
aliasing noise



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

12

### 画像処理 (3)

- 360x288 pels  
with LPF  
2D-(1,2,1)



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

13

### Image Processing (3)

- 360x288 pels  
with LPF  
2D-(1,2,1)

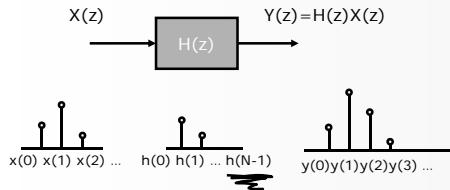


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

14

### FIRフィルタ

- z-変換によるシステム記述

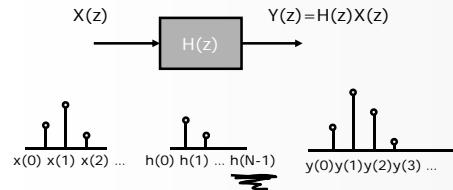


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

15

### FIR Filter

- System description by z-transform



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

16

### 係数の対応

- 入力信号

$$X(z) = a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3}$$

- インパルス応答

$$H(z) = h_0 + h_1z^{-1} + h_2z^{-2}$$

- 出力信号

$$\begin{aligned} Y(z) &= H(z)X(z) \\ &= (h_0 + h_1z^{-1} + h_2z^{-2})(a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3}) \\ &= h_0a_0 + (h_0a_1 + h_1a_0)z^{-1} + (h_0a_2 + h_1a_1 + h_2a_0)z^{-2} \\ &\quad + (h_0a_3 + h_1a_2 + h_2a_1)z^{-3} + (h_1a_3 + h_2a_2)z^{-4} + h_2a_3z^{-5} \end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

17

### Coefficients

- Input

$$X(z) = a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3}$$

- Impulse Response

$$H(z) = h_0 + h_1z^{-1} + h_2z^{-2}$$

- Output

$$\begin{aligned} Y(z) &= H(z)X(z) \\ &= (h_0 + h_1z^{-1} + h_2z^{-2})(a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3}) \\ &= h_0a_0 + (h_0a_1 + h_1a_0)z^{-1} + (h_0a_2 + h_1a_1 + h_2a_0)z^{-2} \\ &\quad + (h_0a_3 + h_1a_2 + h_2a_1)z^{-3} + (h_1a_3 + h_2a_2)z^{-4} + h_2a_3z^{-5} \end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

18

## 係数の対応(2)

### ■ 係数の関係

$$\begin{aligned}y_0 &= h_0 a_0 \\y_1 &= h_0 a_1 + h_1 a_0 \\y_2 &= h_0 a_2 + h_1 a_1 + h_2 a_0 \\y_3 &= h_0 a_3 + h_1 a_2 + h_2 a_1 \\y_4 &= h_1 a_3 + h_2 a_2 \\y_5 &= h_2 a_3\end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

19

## Coefficients(2)

### ■ Relation of Coefficients

$$\begin{aligned}y_0 &= h_0 a_0 \\y_1 &= h_0 a_1 + h_1 a_0 \\y_2 &= h_0 a_2 + h_1 a_1 + h_2 a_0 \\y_3 &= h_0 a_3 + h_1 a_2 + h_2 a_1 \\y_4 &= h_1 a_3 + h_2 a_2 \\y_5 &= h_2 a_3\end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

20

## LPF(ローパスフィルタ)の設計

### ■ FIRフィルタによるローパスフィルタ設計

- 遮断周波数を決める
- 伝達関数は理想ローパスフィルタを仮定する
- フィルタ次数を決める
- 係数を算出する
- 係数と窓関数の積を求める

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

21

## LPF Design

### ■ Low-pass filter design by FIR filter

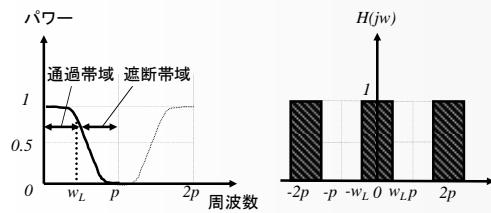
- determine cut-off frequency
- presume ideal low-pass filter as a transfer function
- determine filter order
- derive coefficients
- multiply value of window function to coefficients

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

22

## LPF遮断周波数

- 実際のローパスフィルタ特性と理想ローパスフィルタ特性
- 遮断周波数:  $w_L$

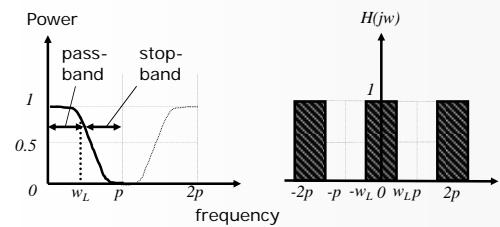


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

23

## LPF Cut-off Frequency

- Actual and ideal low-pass filter characteristics
- cut-off frequency:  $w_L$



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

24

## LPF伝達関数と係数の関係

- 伝達関数が

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)z^{-k}$$

のとき、係数  $h(k)$  は次式で計算できる

$$h(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) e^{jk\omega} d\omega \quad (k = 0, \dots, N-1)$$

## Relation Between LPF Transfer Function and Coefficient

- When the transfer function is given by

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)z^{-k}$$

coefficients  $h(k)$  can be calculated by the following.

$$h(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) e^{jk\omega} d\omega \quad (k = 0, \dots, N-1)$$

## LPF伝達関数と係数の関係(2)

- なぜなら、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) e^{jk\omega} d\omega &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-jn\omega} e^{jk\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{N-1} \int_{-\pi}^{\pi} h(n) e^{-j(n-k)\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} h(k) \int_{-\pi}^{\pi} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} h(k) [\omega]_{-\pi}^{\pi} \\ &= h(k) \end{aligned}$$

## Relation Between LPF Transfer Function and Coefficient(2)

- Since,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) e^{jk\omega} d\omega &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-jn\omega} e^{jk\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{N-1} \int_{-\pi}^{\pi} h(n) e^{-j(n-k)\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} h(k) \int_{-\pi}^{\pi} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} h(k) [\omega]_{-\pi}^{\pi} \\ &= h(k) \end{aligned}$$

## 復習

- $[-p, p]$  における  $\exp(jnw)$  の積分

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} e^{jnw} d\omega &= \int_{-\pi}^{\pi} (\cos nw + j \sin nw) d\omega \\ &= [\sin nw - j \cos nw]_{-\pi}^{\pi} \\ &= (\sin n\pi - j \cos n\pi) - (\sin n(-\pi) - j \cos n(-\pi)) \\ &= 0 \end{aligned}$$

## Review

- Integral of  $\exp(jnw)$  at  $[p, p]$

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} e^{jnw} d\omega &= \int_{-\pi}^{\pi} (\cos nw + j \sin nw) d\omega \\ &= [\sin nw - j \cos nw]_{-\pi}^{\pi} \\ &= (\sin n\pi - j \cos n\pi) - (\sin n(-\pi) - j \cos n(-\pi)) \\ &= 0 \end{aligned}$$

## 例

- $H(z)=1/4z^0+1/2z^{-1}+1/4z^{-2}$  の場合の係数導出

$$h(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left( \frac{1}{4} e^0 + \frac{1}{2} e^{-j\omega} + \frac{1}{4} e^{-j2\omega} \right) d\omega = \frac{1}{4}$$

$$h(1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left( \frac{1}{4} e^0 + \frac{1}{2} e^{-j\omega} + \frac{1}{4} e^{-j2\omega} \right) e^{j\omega} d\omega = \frac{1}{2}$$

$$h(2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left( \frac{1}{4} e^0 + \frac{1}{2} e^{-j\omega} + \frac{1}{4} e^{-j2\omega} \right) e^{j2\omega} d\omega = \frac{1}{4}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

31

## Example

- Derivation of coefficients for  $H(z)=1/4z^0+1/2z^{-1}+1/4z^{-2}$

$$h(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left( \frac{1}{4} e^0 + \frac{1}{2} e^{-j\omega} + \frac{1}{4} e^{-j2\omega} \right) d\omega = \frac{1}{4}$$

$$h(1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left( \frac{1}{4} e^0 + \frac{1}{2} e^{-j\omega} + \frac{1}{4} e^{-j2\omega} \right) e^{j\omega} d\omega = \frac{1}{2}$$

$$h(2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left( \frac{1}{4} e^0 + \frac{1}{2} e^{-j\omega} + \frac{1}{4} e^{-j2\omega} \right) e^{j2\omega} d\omega = \frac{1}{4}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

32

## 係数の算出

- 遮断周波数  $\omega_L$ , フィルタの次数  $N$  の場合

$$\begin{aligned} h(0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) d\omega & h(1) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) e^{j\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_L}^{\omega_L} 1 d\omega & &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_L}^{\omega_L} e^{j\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} [\omega]_{-\omega_L}^{\omega_L} & &= \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{e^{j\omega}}{j} \right]_{-\omega_L}^{\omega_L} \\ &= \frac{\omega_L}{\pi} & &= \frac{\sin \omega_L}{\pi} \end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

33

## Derivation of Coefficients

- In case of cut-off frequency:  $\omega_L$ , filter order  $N$

$$\begin{aligned} h(0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) d\omega & h(1) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) e^{j\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_L}^{\omega_L} 1 d\omega & &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_L}^{\omega_L} e^{j\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} [\omega]_{-\omega_L}^{\omega_L} & &= \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{e^{j\omega}}{j} \right]_{-\omega_L}^{\omega_L} \\ &= \frac{\omega_L}{\pi} & &= \frac{\sin \omega_L}{\pi} \end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

34

## 係数の算出(2)

- 添字  $k$  が負の場合

$$\begin{aligned} h(-1) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) e^{-j\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_L}^{\omega_L} e^{-j\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{e^{-j\omega}}{-j} \right]_{-\omega_L}^{\omega_L} \\ &= \frac{\sin \omega_L}{\pi} \end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

35

## Derivation of Coefficients(2)

- In case of negative sub-script  $k$

$$\begin{aligned} h(-1) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) e^{-j\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_L}^{\omega_L} e^{-j\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{e^{-j\omega}}{-j} \right]_{-\omega_L}^{\omega_L} \\ &= \frac{\sin \omega_L}{\pi} \end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

36

## 係数の算出(3)

- 一般にLPFの場合、係数は次式で計算できる

$$h(0) = \frac{\omega_L}{\pi}$$

$$\begin{aligned} h(k) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) e^{jk\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_L}^{\omega_L} e^{jk\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{e^{jk\omega}}{jk} \right]_{-\omega_L}^{\omega_L} \\ &= \frac{\sin(k\omega_L)}{k\pi} \quad (k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N-1)) \end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

37

## Derivation of Coefficients(3)

- In general, coefficients for LPF is given by the following.

$$h(0) = \frac{\omega_L}{\pi}$$

$$\begin{aligned} h(k) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) e^{jk\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_L}^{\omega_L} e^{jk\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{e^{jk\omega}}{jk} \right]_{-\omega_L}^{\omega_L} \\ &= \frac{\sin(k\omega_L)}{k\pi} \quad (k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N-1)) \end{aligned}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

38

## LPFの設計

- 遮断周波数  $\omega_L=p/2$  を7次のフィルタで構成する場合

$$h(0) = \frac{\pi/2}{\pi} = 0.5$$

$$h(1) = h(-1) = \frac{\sin(\pi/2)}{\pi} = \frac{1}{\pi} = 0.3185$$

$$h(2) = h(-2) = \frac{\sin 2(\pi/2)}{2\pi} = 0$$

$$h(3) = h(-3) = \frac{\sin 3(\pi/2)}{3\pi} = \frac{-1}{3\pi} = -0.1061$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

39

## LPF Design

- Cut-off frequency  $\omega_L=p/2$ , 7-th order filter

$$h(0) = \frac{\pi/2}{\pi} = 0.5$$

$$h(1) = h(-1) = \frac{\sin(\pi/2)}{\pi} = \frac{1}{\pi} = 0.3185$$

$$h(2) = h(-2) = \frac{\sin 2(\pi/2)}{2\pi} = 0$$

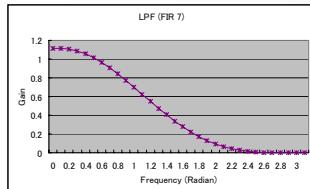
$$h(3) = h(-3) = \frac{\sin 3(\pi/2)}{3\pi} = \frac{-1}{3\pi} = -0.1061$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

40

## LPFの設計(2)

- 周波数特性
  - ゲインを正規化していないことに注意
  - 本来はY軸はdBで表示

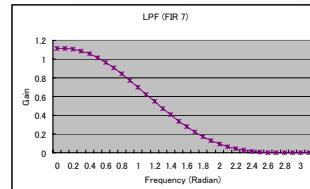


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

41

## LPF Design(2)

- Frequency characteristics
  - Note that gain is not normalized
  - Gain is normally displayed by dB

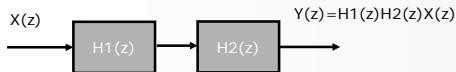


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

42

## 遮断特性の改善

- ローパスフィルタの多段接続



- 窓関数

- 有限次数のフィルタ構成: ギブスの現象によりリップルを生じる
- 有限次数の打ち切りをなだらかに0に近づけるために、窓関数を使用する

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

43

## Cut-off Characteristics Improvement

- Multi-stage connection of LPF



- Window function

- Limited order filter: occurs ripple by Gibbs phenomena
- Use window function to make both ends coefficients gradually close to zero

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

44

## 窓関数

- ハミング窓

$$w(k) = 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{k\pi}{n}\right) \quad (-n \leq k \leq n)$$

- ハニング窓

$$w(k) = 0.5\left(1 + \cos\left(\frac{k\pi}{n}\right)\right) \quad (-n \leq k \leq n)$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

45

## Window Function

- Hamming Window

$$w(k) = 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{k\pi}{n}\right) \quad (-n \leq k \leq n)$$

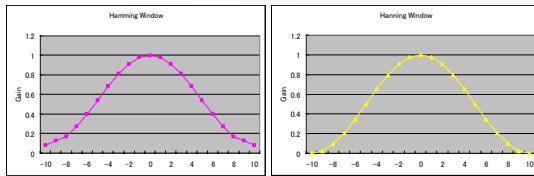
- Hanning Window

$$w(k) = 0.5\left(1 + \cos\left(\frac{k\pi}{n}\right)\right) \quad (-n \leq k \leq n)$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

46

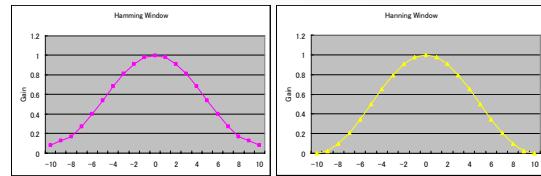
## 窓関数(2)



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

47

## Window Function(2)



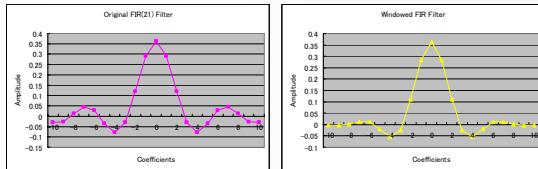
マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

48

### 窓関数(3)

- フィルタ係数と窓関数値の積を最終的なフィルタ係数とする

$$h_w(k) = h(k)w(k) \quad (-n \leq k \leq n)$$



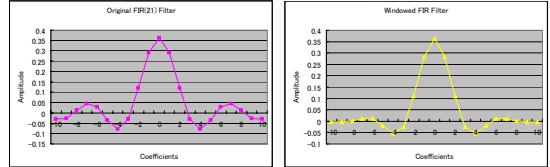
マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

49

### Window Function(3)

- Filter coefficients are multiplied by values of window function

$$h_w(k) = h(k)w(k) \quad (-n \leq k \leq n)$$

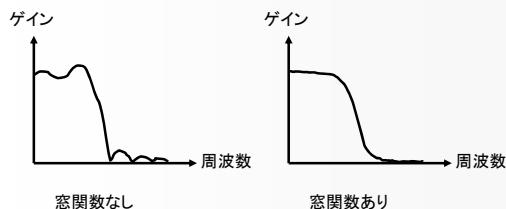


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

50

### 窓関数(4)

- 窓関数による周波数特性の変化

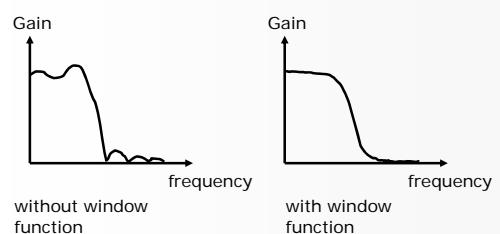


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

51

### Window Function(4)

- Change of frequency response by window function



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

52

### HPF(ハイパスフィルタ)の設計

- FIRフィルタによるハイパスフィルタ設計
  - 遮断周波数を決める
  - 伝達関数は理想ハイパスフィルタを仮定する
  - フィルタ次数を決定する
  - ローパスフィルタの伝達関数をシフトして係数を算出する
  - 係数と窓関数の積を求める

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

53

### HPF Design

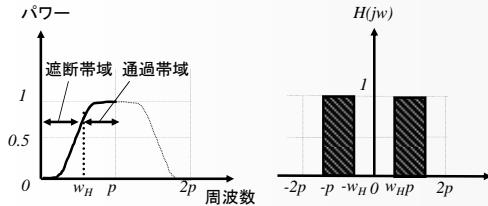
- High-pass filter design by FIR filter
  - Determine cut-off frequency
  - presume ideal high-pass filter as a transfer function
  - determine filter order
  - derive coefficients by shifting low-pass filter's transfer function
  - multiply value of window function to coefficients

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

54

## HPF遮断周波数

- 実際のハイパスフィルタ特性と理想ハイパスフィルタ特性
- 遮断周波数:  $w_H = p - w_L$

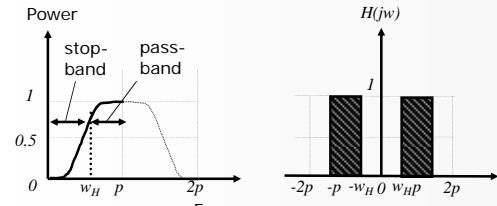


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

55

## HPF Cut-off Frequency

- Actual and ideal high-pass filter characteristics
- Cut-off frequency:  $w_H = p - w_L$



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

56

## HPF伝達関数と係数の関係

- ローパスフィルタの伝達関数が

$$H_L(z) = \sum_{k=-N}^N h(k)z^{-k}$$

のとき、ハイパスフィルタの伝達関数は、遮断周波数の関係

$$\omega_H = \pi - \omega_L$$

から  $z = \exp(-jk\omega)$ において  $w$  を  $w-p$  とおいたものに相当する

$$H_H(z) = \sum_{k=-N}^N h(k)e^{-jk(\omega-\pi)} = \sum_{k=-N}^N h(k)e^{-jk\omega}e^{jk\pi}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

57

## Relation Between HPF Transfer Function and Coefficients

- When LPF transfer function is given by

$$H_L(z) = \sum_{k=-N}^N h(k)z^{-k}$$

From the relation of cut-off frequency

$$\omega_H = \pi - \omega_L$$

HPF transfer function corresponds to the LPF's one replacing  $w$  by  $w-p$  at  $z = \exp(-jk\omega)$

$$H_H(z) = \sum_{k=-N}^N h(k)e^{-jk(\omega-\pi)} = \sum_{k=-N}^N h(k)e^{-jk\omega}e^{jk\pi}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

58

## HPF伝達関数と係数の関係(2)

- 右辺の最後の項は

$$e^{jk\pi} = \cos k\pi + j \sin k\pi$$

であるから、 $k$  が偶数のときに 1, 奇数のときに  $-1$  となるから

$$H_H(j\omega) = (-1)^k H_L(j\omega)$$

となり、ハイパスフィルタの係数も  $(-1)^k$  が乗じられた形となる

$$h_L(k) = (-1)^k \frac{\sin(k\omega_L)}{k\pi} \quad (k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N)$$

ただし

$$h_L(0) = \frac{\omega_L}{\pi}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

59

## Relation Between HPF and Coefficients(2)

- Since

$$e^{jk\pi} = \cos k\pi + j \sin k\pi$$

the last term of the equation equals to 1 for even  $k$ ,  $-1$  for odd  $k$

$$H_H(j\omega) = (-1)^k H_L(j\omega)$$

Thus, HPF coefficients are also given by multiplied form of  $(-1)^k$

$$h_L(k) = (-1)^k \frac{\sin(k\omega_L)}{k\pi} \quad (k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N)$$

where

$$h_L(0) = \frac{\omega_L}{\pi}$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

60

## HPFの設計

- 遮断周波数  $w_H = p - w_L = p/2$  を7次のフィルタで構成する場合

$$h(0) = \frac{\pi/2}{\pi} = 0.5$$

$$h(1) = h(-1) = -\frac{\sin(\pi/2)}{\pi} = -\frac{1}{\pi} = -0.3185$$

$$h(2) = h(-2) = \frac{\sin 2(\pi/2)}{2\pi} = 0$$

$$h(3) = h(-3) = -\frac{\sin 3(\pi/2)}{3\pi} = -\frac{-1}{3\pi} = 0.1061$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

61

## HPF Design

- Cut-off frequency  $w_H = p - w_L = p/2$ , 7-th order filter

$$h(0) = \frac{\pi/2}{\pi} = 0.5$$

$$h(1) = h(-1) = -\frac{\sin(\pi/2)}{\pi} = -\frac{1}{\pi} = -0.3185$$

$$h(2) = h(-2) = \frac{\sin 2(\pi/2)}{2\pi} = 0$$

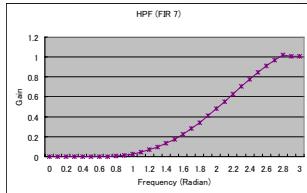
$$h(3) = h(-3) = -\frac{\sin 3(\pi/2)}{3\pi} = -\frac{-1}{3\pi} = 0.1061$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

62

## HPFの設計(2)

- 周波数特性
  - ゲインを正規化していないことに注意
  - 本来はY軸はdBで表示

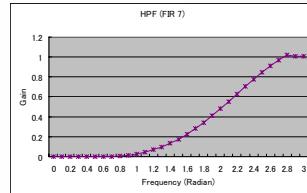


マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

63

## HPF Design(2)

- Frequency characteristics
  - Note that gain is not normalized
  - Gain is normally displayed by dB



マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

64

## 係数近似

- 係数の分数近似
- 分母が2のべき乗

$$h(0) = 0.5 \approx 8/16$$

$$h(1) = -0.3185 \approx -5/16$$

$$h(2) = 0$$

$$h(3) = 0.1061 \approx 1/16$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

65

## Coefficient Approximation

- approximate coefficients by fractional number
- denominator is approximated by two's power

$$h(0) = 0.5 \approx 8/16$$

$$h(1) = -0.3185 \approx -5/16$$

$$h(2) = 0$$

$$h(3) = 0.1061 \approx 1/16$$

マルチメディア配信システム / Multimedia Distribution System

66

## 問題

- 遮断周波数  $w_L=3p/4$  , 3次FIR型のLPFを設計せよ

## Quiz

- Design 3rd order FIR filter having cut-off frequency  
 $w_L=3p/4$